AUTORES

Coordinadores:
Borrás Rocher, Fernando
Botella Beviá, Federico
Calvo Calabuig, Roland
Devesa Botella, Antonio Francisco
Segura Heras, José Vicente

Autores:
Abelenda Lombardo, Maria del Pilar
Antón Felanich, Francisco
Belda Albero, Mª Teresa
Beneyto i Vañó, Joaquim B.
Cantó Esquembre, Mª Carmen
Casanova Alberola, Francisco
Fabra Molera, Moisés
Enseñat Fernandez, Nuria
Espinar Frías, Pedro Antonio
Frías Fernández, Cristina
Garcés Moret, Marcelino
Gil Poveda, Manuel
Izquierdo Hortelano, Diana
López Juárez, Fernando
Maldonado García, Mª Carmen
Martínez Boix, José Manuel
Pascual Bartolomé, Ángela
Rodríguez Rubio, Mª Isabel
Sanz García, Raquel
Toledo Melero, Francisco Javier
Úbeda Müller, Juan
Vera García, Gemma

Subvencionado por:
Terra Mítica

Colaboran:
Centro de Investigación Operativa de la Universidad
Miguel Hernández de Elche.
Centro de Formación, Innovación y Recursos Educativos
de Elche (CEFIRE).

Aprende Jugando
PROGRAMA ESCOLAR

EGIPTO

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	**BLOQUE**	**CONTENIDOS**
1. Descifrando Jeroglíficos I	-Aritmética y álgebra	-Números naturales, sistema de numeración decimal
2. Descifrando Jeroglíficos II	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
3. Hay que repartir el pan I	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
4. Hay que repartir el pan II	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
5. El ojo de Horus o cómo medir lo que cabe en una botella	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones
6. Longitudes, áreas y volúmenes	-Geometría	-Áreas y volúmenes
7. El escriba sólo sabe sumar para repartir	-Aritmética y álgebra -Geometría	-Fracciones y decimales. Operaciones -Áreas
8. Repartos proporcionales	-Aritmética y álgebra	-Fracciones y decimales. Operaciones. Divisibilidad
9. Sumas maravillosas I	-Aritmética y álgebra	-Números naturales. Operaciones
10. Sumas maravillosas II	-Aritmética y álgebra	-Números naturales. Operaciones

1. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS I

Para poder conocer sus misterios debemos comenzar por el principio, por la base que sustentasu pirámide matemática, su sistema de numeración, es decir, ¿cómo escribían los números?

Su sistema de numeración era decimal (agrupaban de diez en diez), pero no posicional como el nuestro, donde el mismo dígito representa cantidades diferentes según su posición, sino aditivo, muy parecido al que usaron posteriormente los romanos, pero con otros símbolos. Utilizaban siete símbolos fundamentales para indicar las sucesivas potencias de diez: unidad, decena, centena y así hasta un millón, que también era usado para cantidades superiores. Estos símbolos eran los siguientes:

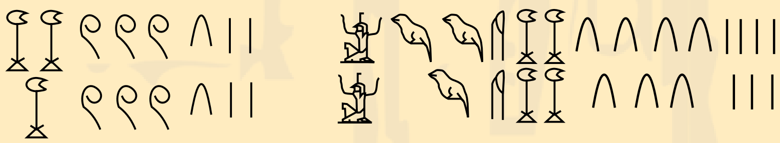
𓏺	1 una barra vertical
𓎆	10 u invertida
𓍢	100 espiral
𓆼	1.000 flor de loto del Nilo

𓂭	10.000 dedo
𓆐	100.000 renacuajo
𓁨	1.000.000 hombre arrodillado

Para representar una cantidad se escribían estos símbolos, repitiendo cada uno tantas veces como unidades tuviese la cantidad representada, escribiendo de derecha a izquierda o viceversa y agrupándolos para obtener una representación más estética. Por ejemplo, para representar el número 165 escribían cinco veces uno, 6 veces diez y una vez cien, de derecha a izquierda.

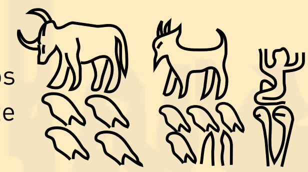
𓍢 ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ | | | | | o mejor   𓍢 ∩∩∩ ∩∩∩ ||| ||

1.1. ¿Serías capaz de saber qué cantidades representan estos símbolos?



1.2. ¿Eres capaz de escribir el número 2.375 tal y como lo hacían los egipcios?
A modo de pista te recuerdo que 2.375 = 2.000 + 300 + 70 + 5. Cuando lo hayas conseguido practica con el número 484.536.

1.3. Si crees que ya sabes lo suficiente, ¿podrías decir cuántos toros y cabras poseía el rey Narmer y que aparecen señalados en este jeroglífico?

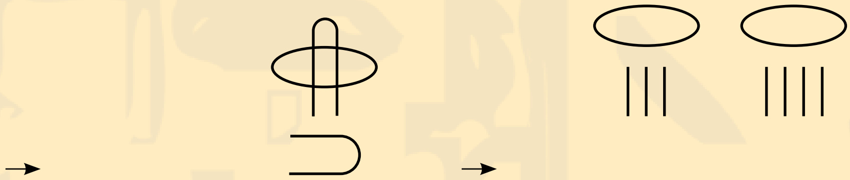


1.4. ¿Por qué, a modo de enigma, representaban, en ocasiones, el número siete como una cabeza humana?

1er Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, Egipto

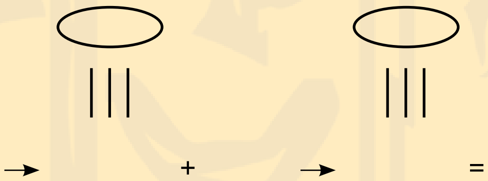
2. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS II

También utilizaban fracciones, sobre todo, aquellas con numerador 1 y cuyo denominador es 2, 3, 4,..., y las fracciones 2/3 y 3/4. Con ellas, eran capaces de hacer cálculos fraccionarios de todo tipo, como sumas, restas, productos y divisiones. Su notación era la siguiente:



2/3 1/2 1/3 1/4

2.1. No te vamos a pedir que realices cálculos fraccionarios tal y como lo hacían los antiguos egipcios. El método actual es más rápido y eficaz, pero, ¿podrás hacer las siguientes operaciones e indicar el resultado con su correspondiente símbolo egipcio?

a) 

b) 

3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I

Entre los alimentos más consumidos por los egipcios se encontraban los cereales, que utilizaban para fabricar pan y cerveza. Como para nosotros, el pan era un alimento esencial. De hecho, se preocupaban tanto por la calidad de sus panes que usaban un índice para medir dicha calidad: el llamado **pesu**. El **pesu** venía a indicar el número de panes fabricados con una cierta cantidad de trigo. Obviamente, si con una misma cantidad de trigo, un panadero obtenía más panes que otro, era porque la calidad o cantidad de trigo empleado en cada pan era menor.

Como el trigo se medía en **heqat** (medida de capacidad que equivale a 4,8 litros), había que indicar cuantos panes se habían fabricado con un **heqat** de trigo. Así,

pesu = número de panes por cada heqat de trigo.

3.1. Si con 1 **heqat** de trigo fabricamos 12 panes, tendremos un pan de **pesu** 12. Si con 6 **heqat** de harina se han fabricado 90 panes, ¿cuál es el **pesu** de este pan?

4. HAY QUE REPARTIR EL PAN II

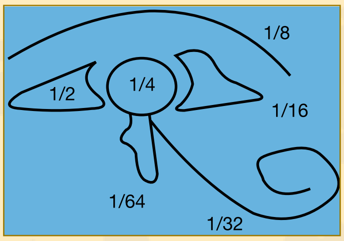
4.1. ¿Te crees capaz de resolver uno de los problemas que aparecen en el papiro Rhind? En concreto el problema 72, cuyo texto traducido sería **¿Cuántas hogazas de pesu [1] 45 equivalen a 100 hogazas de pesu 10?**

4.2. Si no te ha parecido muy difícil, veamos si puedes resolver el problema 69: **3 1/2 heqats de harina hacen 80 panes, calcula la cantidad de harina en cada pan y el pesu.**

(1) definición de pesu en la actividad 3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I de primer ciclo.

5. EL OJO DE HORUS O CÓMO MEDIR LO QUE CABE EN UNA BOTELLA

Para las medidas de capacidad se servían de una curiosa notación, que permitía representar las fracciones de **heqat**[1]. Esta notación empleaba las diferentes partes del Ojo de Horus (Dios-halcón de la Realeza y de la Guerra). Cada una de las partes del Ojo era una fracción de **heqat**, las cejas 1/8, la pupila 1/4... Si sumamos las partes del Ojo de Horus no obtenemos la unidad, sino que falta un pequeño trozo, que perdió Horus en su batalla contra Set (Dios del Mal).



5.1. Realiza los cálculos necesarios e indica al Dios Horus qué trozo falta, obteniendo, así, su protección.

5.2. De este estilo es el problema 22 del papiro: Averigua la cantidad que falta a 2/3 + 1/30 para obtener 1.

(1) definición de pesu en la actividad 3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I de primer ciclo.

6. LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES

Ya conoces una de las unidades de capacidad empleada por los egipcios. Tenían otra muy curiosa llamada **ro**, que equivalía a la cantidad de grano que un hombre puede llevarse a la boca. Siguiendo con esta asociación entre cuerpo humano y unidades de medida encontramos las de longitud. Casi todas ellas tienen relación con las medidas corporales. Por ejemplo, el **codo**, que era la distancia desde el codo a la punta de los dedos. Un codo se dividía en 7 **palmos**, y un palmo eran 4 **dedos**. Actualmente un **codo** equivaldría a 0,523 metros.

6.1. Según la equivalencia anterior, ¿te parece suficientemente larga una cama de 3 **codos**?

6.2. Si la cámara mortuoria de una momia es una habitación cuadrada, cuyo lado mide 9 **codos**, ¿cuántas losetas cuadradas de 2 **palmos** de lado necesitarían los esclavos para pavimentarla? ¿Y si las losetas fuesen de 40 cm. de lado?

6.3. Expresa en forma compleja tu altura (utilizando **codos**, **palmos** y **dedos**).

Si por algo recordamos a los egipcios es, desde luego, por sus impresionantes pirámides. Sin embargo, puedes imaginar que levantar esas enormes construcciones era tarea difícil, donde intervenían muchos esclavos durante toda su vida.

6.4. Para hacerte una idea de este gran esfuerzo, queremos que calcules el número de bloques cúbicos de piedra, de 2 m. de lado aproximadamente, que hubieron de transportar por el Nilo para construir las pirámides de Keops, Kefrén y Micerino. Sus bases son cuadrados de lados 230 m., 215 m. y 105 m. respectivamente. Y sus alturas son 146 m., 135 m. y 65 m. respectivamente.

7. EL ESCRIBA SÓLO SABE SUMAR PARA REPARTIR

Te contaremos el curioso método que usaban los escribas para multiplicar y dividir, diferente al actual. Se basaba en su capacidad de multiplicar y dividir únicamente por dos, así como, en la propiedad de todo número de poder ser expresado como una suma de potencias del número 2. Como ejemplo, el papiro de Rhind recomienda que para multiplicar 41x59 se den los siguientes pasos:

Se construye una columna encabezada con el número 1 y, a su lado, otra encabezada por uno de los factores a multiplicar (generalmente el mayor, 59). La forma de proceder es ir haciendo duplicaciones sucesivas hasta que con el siguiente desdoblamiento de la primera columna (encabezada por el 1) se rebase el factor menor de la multiplicación (41).

Ejemplo: 41 x 59

1	→	59
2	→	118
4		236
8		472
16		944
32	→	1.888

No se sigue con la duplicación porque el doble de 32 superaría al factor 41.

En este momento, se puede obtener el 41 como suma de todas o parte de las cantidades de la primera columna, de tal manera que el número de sumandos sea el menor posible. Para conseguirlo se resta al valor original (41), el último (32), obteniendo 9. Ahora a este resultado (9), hay que restarle el mayor posible de la columna (8), obteniendo 1, y así sucesivamente hasta que el resultado de 0.

Es decir, 41 – 32 = 9 y 9 – 8 = 1, junto a 1 – 1 = 0; con lo cual, 41 = 32 + 8 + 1. Sumando los valores correspondientes a 32, 8 y 1 en la otra columna, obtendremos el resultado final de la multiplicación:
1.888 + 472 + 59 = 2.419, es decir, 41x59= 2.419.

7. EL ESCRIBA SÓLO SABE SUMAR PARA REPARTIR

Ya sabes que el río Nilo se desbordaba e inundaba los campos vecinos, por lo que era necesario medir de nuevo el terreno. Por tanto, era un problema frecuente hallar el área de un terreno rectangular.

7.1. Usando el método de las duplicaciones sucesivas o método egipcio, calcula el área de un rectángulo cuyas dimensiones son de 24 **khet** de ancho por 37 **khet** de largo (khet es una medida de longitud usada en el antiguo Egipto y que equivale a unos 52,3 metros). El **setat**, que era la unidad fundamental de superficie, equivalía a un cuadrado de 1 **khet** de lado.

Se procede de la misma forma, duplicación y división sucesivas, para la división de números enteros. Por ejemplo, para hallar 825:33 los escribas egipcios buscaban por cuánto debe multiplicarse 33 para obtener 825, es decir, ¿? x 33 = 825

No se sigue con la duplicación porque el doble de 528 supera al producto 825.

1	→	33
2	→	66
4		132
8	→	264
16		528

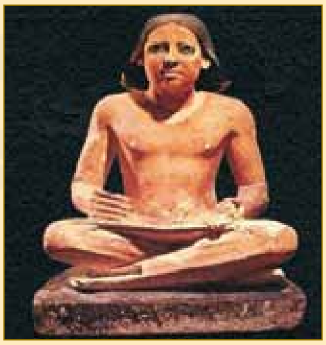
Como antes en la multiplicación, se procede a elegir las cantidades de la segunda columna cuya suma sea 825. Para ello, 825 - 528 = 297, 297 - 264 = 33 y 33 - 33 = 0. Así, 825= 528 + 264 + 33.

El resultado será la suma de las cantidades que se corresponden con las de la primera columna: 16+8+1=25, es decir, 825:33=25. Este método elimina la necesidad de aprenderse las tablas de multiplicar.

7.2. Se han de repartir 391 hogazas de pan entre 23 trabajadores egipcios. Calcula, usando el método de las duplicaciones sucesivas, cuánto le corresponde a cada uno.

8. REPARTOS PROPORCIONALES

Sin embargo, la mayoría de repartos en el antiguo Egipto era desigual. No percibía lo mismo un sacerdote, un escriba o un esclavo.



8.1. Reparte 75 panes entre un sacerdote, un escriba y 7 esclavos, de manera que el sacerdote se lleve el quíntuplo y el escriba el triple, de lo que se lleva cada uno de los esclavos. Para facilitar los cálculos, te recomendamos que consideres que el sacerdote se lleve la parte equivalente de cinco esclavos y el escriba la de tres de ellos, por lo que, en realidad, podemos pensar en quince egipcios diferentes.

9. SUMAS MARAVILLOSAS I

No obstante, la operación aritmética fundamental en Egipto fue la adición. La suma la hacían añadiendo los símbolos correspondientes. Como los símbolos se podían repetir nueve veces, si excedían de nueve, se eliminaban y se añadía el símbolo siguiente. Llegaron a dominar las operaciones aritméticas usuales. Aunque, de forma algo diferente a como tú lo haces. Veamos un ejemplo:

∩∩∩ IIIIIII + ∩ IIII =
∩∩∩∩ IIIIIIIIIII =
∩∩∩∩∩ I

Como tenemos 11 símbolos, eliminamos 9 y añadimos el siguiente, como se refleja arriba. Indudablemente la suma es muy sencilla. Ayudemos al escriba a resolver el siguiente enigma. Para ello, observa el cuadrado:

I I I I	I I I I I I I I I	I I
I I I	I I I I I	I I I I I I I
I I I I I I I I	I	I I I I I I

Si sumamos sus filas o sus columnas, e incluso, sus diagonales, ¿qué ocurre? Hazlo. Este tipo de cuadrados se llaman CUADRADOS MÁGICOS y al resultado de estas sumas **constante mágica**.

9.1. A partir de éste, ¿sabrías construir nuevos cuadrados mágicos que sumen el mismo número o constante mágica? Si no se te ocurre nada, prueba a rotar el cuadrado o cualquier otra operación geométrica sobre el mismo. Comprobarás que aparecen nuevos cuadrados mágicos con la misma constante mágica, concretamente 7. ¿Puedes encontrarlos todos?

10. SUMAS MARAVILLOSAS II

10.1. Si sumamos una misma cantidad, la que quieras, a todos los números del cuadrado mágico, obtendrás uno diferente, ¿seguirá siendo un cuadrado mágico? ¿Y si ese número lo restamos? Compruébalo.

10.2. ¿Serías capaz de encontrar por ti mismo otros cuadrados mágicos? Inténtalo, si no lo consigues, te proponemos el siguiente algoritmo:

(i) Piensa en un número cualquiera y escríbelo en la parte superior izquierda de una hoja.

(ii) Ahora piensa en otros dos números más distintos. Estos números se irán sumando al que tenías escrito en la hoja, uno de manera horizontal y el otro vertical hasta obtener nueve números distintos.

(iii) Haz una lista con estos números ordenándolos de menor a mayor.

(iv) Sobre el cuadrado mágico anterior sustituye las cifras egipcias por los nuevos números que has obtenido en el apartado (iii), pero no de cualquier forma, sino de la siguiente: el primero de tu lista en el lugar del |, el segundo en el lugar del ||, el tercero en el lugar del ||| y, así, sucesivamente, hasta que completes el nuevo cuadrado.

También se pueden construir cuadrados mágicos de mayor tamaño.

GRECIA

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	**BLOQUE**	**CONTENIDOS**
1. El Partenón	-Geometría	-Identificación de figuras en el espacio
2. Los Guerreros	-Aritmética	-Magnitudes directamente proporcionales
3. Diógenes de Sínope	-Aritmética	-Suma de términos de una progresión
4. Arquímedes y la corona de oro	-Aritmética	-Relación entre volumen y densidad -Magnitudes directamente proporcionales
5. Thales y su teorema	-Geometría	-Hallar la altura de una pirámide por segmentos proporcionales (Teorema de Thales)
6. Sólo es cuestión de fijarse	-Geometría	-Semejanza de triángulos
7. ¿Un número de oro?	-Geometría -Aritmética	-Construcción del teorema mediante figuras planas -Identificación de figuras en el plano
8. El crucigrama de Hipatia	-Geometría -Aritmética -Análisis	-Crucigrama de contenido interdisciplinar
9. Vamos a buscar en la sopa de letras	-Geometría -Aritmética -Análisis	-Estrategias de búsqueda -Sopa de letras
10. Eurípides	-Aritmética -Estadística	-Estrategias para contar -Media aritmética
11. Paradoja	-Lógica	-Paradoja del mentiroso
12. El mundo de Hesiodo	-Estadística	-Cálculo de la media aritmética
13. Thales y sus negocios	-Aritmética	-Porcentajes -Magnitudes directamente proporcionales -Densidad

1. EL PARTENÓN

El Partenón es un templo griego situado en la Acrópolis de Atenas y dedicado a la diosa Atenea. Se considera una de las construcciones arquitectónicas más bellas de la humanidad.

Fue construido entre los años 447 y 432 a.C. por los arquitectos Ictino y Calícrates bajo la supervisión de Fidias, autor de la decoración escultórica y de una gran estatua de Atenea en oro y marfil.

Esta construcción es uno de los ejemplos más claros del saber en geometría por parte de los matemáticos y arquitectos griegos. Éstos consiguieron que el efecto visual que produjera el Partenón desde cualquier ángulo fuera perfecto, así como disimular la deformación que se produce al estar situado debajo de los grandes monumentos. Para lograrlo, lo que hicieron fue deformarlo en su construcción.

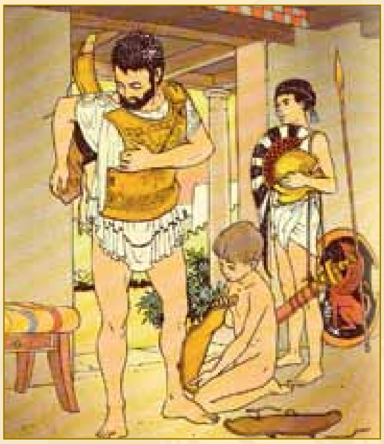
Los cambios que introdujeron fueron:

a) No dejaron la misma distancia entre columnas.
b) Las columnas estaban abombadas por su parte central.
c) La base estaba arqueada hacia arriba.
d) El frontón también estaba arqueado.

1.1. Con ello se consiguió que pareciese la unión de dos cuerpos superpuestos. ¿Podrías decir qué dos cuerpos son?

2. LOS GUERREROS

En la Grecia antigua las guerras eran frecuentes: enfrentaban a las ciudades entre sí o, como en el tiempo de las guerras médicas, a los griegos unidos contra los pueblos “bárbaros”. En la vida de un hombre griego, las cosas de la guerra ocupaban, pues, un lugar importante.



Las operaciones militares se desarrollaban en primavera y al principio del verano, y se interrumpían cuando había que iniciar los trabajos agrícolas. Todos los ciudadanos, incluso los de edad avanzada, podían ser movilizados en caso de conflicto, pero, no se podía prescindir de las cosechas.

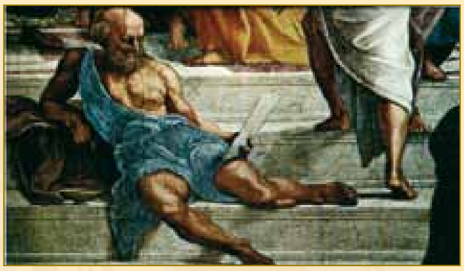
En los ejércitos griegos, los generales y demás oficiales no eran militares profesionales. En Atenas, los generales eran elegidos para un año por la asamblea de los ciudadanos y, al final de ese período, volvían a su condición de civiles. Los ciudadanos eran distribuidos en la caballería, la infantería pesada o la marina en función de su riqueza personal.

Su mayor preocupación era el suministro de agua potable en caso de conflicto bélico, si se sabía que un ejército consumía 30 dam^3 en 5 meses. Puedes decirme...

2.1. ¿Cuántos decámetros cúbicos consumiría dicho ejército en un año?, ¿cuántos m^3 en un mes? ¿Podrías dar, en ambos casos, el consumo en litros?

3. DIÓGENES DE SINOPE

El filósofo griego Diógenes de Sinope, el cínico, (Sinope 404 a.C.-323 a.C.) fue el discípulo más célebre de Antístenes, fundador de la escuela cínica.



Su filosofía se basaba en la afirmación de que el sabio debe tender a librarse de los deseos y reducir al mínimo sus necesidades. Por ello, caminaba siempre descalzo, vestía una única capa y dormía en un tonel o en los pórticos de los templos.

Cierto día, Alejandro Magno (Macedonia 356 a.C.-Babilonia 323 a.C.) admirando su forma de vida le preguntó si deseaba algo que él pudiera concederle, Diógenes le contestó: “Sí, que te apartes y no me quites el sol”.

En otra ocasión, vio a un niño que bebía agua con las manos y dijo “Este muchacho me ha enseñado que todavía tengo cosas superfluas” y entonces, tiró la escudilla que usaba para beber.

Profesaba un desprecio tan grande por la humanidad, que en una ocasión apareció en pleno día con una linterna por las calles de Atenas diciendo: “Busco un hombre...”. Los atenienses se burlaban de él, pero también le temían y le respetaban.

Diógenes tenía un saco y quería saber cuanta capacidad tenía.

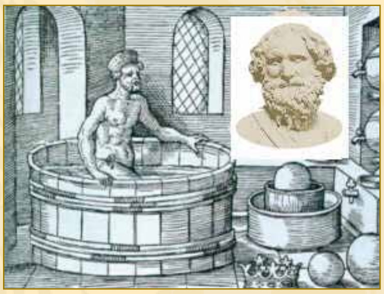
3.1. Sabemos que: en un minuto, contado con un reloj de arena muy preciso, extremadamente preciso, el saco está lleno de bolas. Y que la forma griega de meter bolitas en un saco es: en el primer segundo justo, meten una, pero como el saco es mágico en el 2º segundo hay dos y en el tercer segundo hay cuatro, y así sucesivamente hasta 60 segundos. ¿En cuántos segundos tendremos llena la mitad del saco?

4. ARQUÍMEDES Y LA CORONA DE ORO

En el siglo III a.C., en la ciudad de Siracusa, que fue fundada por colonos griegos procedentes de la ciudad de Corinto, gobernaba el rey Hierón II. Este rey encargó una nueva corona de oro a un orfebre, al que dio un lingote de oro puro para realizarla.

Cuando el orfebre terminó el trabajo y entregó la corona, al rey comenzó a asaltarle una duda. El orfebre pudo haber sustituido parte del oro, por una cierta cantidad de cobre de forma que el peso de la corona fuese el mismo que el del lingote. El rey encargó a Arquímedes, un famoso sabio y matemático de la época, que estudiase el caso.

El problema era complejo y Arquímedes estuvo un tiempo pensándolo. Estando en los baños, se dio cuenta que al introducirse en una bañera llena, el agua que rebosaba se vertía al suelo. Ese hecho le dio la clave para resolver el problema y dice la leyenda que, lleno de alegría, exclamó: ¡Eureka!, que en griego significa: ¡Lo encontré!



Arquímedes, se dio cuenta que, si un cuerpo se sumerge en un líquido, desplaza un volumen igual al suyo propio. Aplicando este concepto, Arquímedes sumergió la corona y comprobó que el agua que se vertía al introducirla en una cuba de agua no era la misma que al introducir un lingote de oro igual al que el rey dio al orfebre. Eso quería decir que no toda la corona era de oro, ya que si hubiese sido de oro, el volumen de agua desalojado habría sido igual al del lingote, independientemente de la forma de la corona.

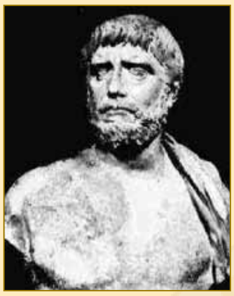
El oro es más denso que el cobre. Por lo tanto, el volumen utilizado para elaborar la corona toda de oro debe ser menor al que se necesita si se sustituye parte de ese oro por cobre.

4.1. Imagina que sumerges en dos cubos llenos a rebosar de agua, un lingote de 200 g. de oro en uno y un lingote del mismo peso de cobre en el otro.

a) ¿Con cuál de los dos lingotes crees tú que se derramará mayor cantidad de agua?

b) ¿Tiene el mismo volumen un lingote de 200 g. de oro puro que uno de cobre que pese lo mismo?

5. THALES Y SU TEOREMA



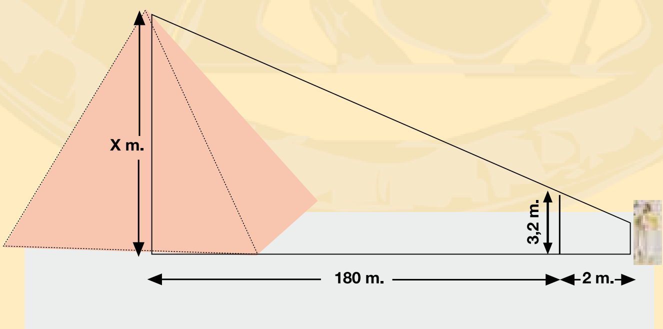
Thales de Mileto (Mileto 640-560 a.C.) fue el primero de los grandes filósofos griegos. A pesar de creer que la tierra era plana, inició la observación astronómica científica. En el momento de morir pronunció las siguientes palabras: **"Te alabo, ¡oh Zeus!, porque me acercas a ti. Por haber envejecido, no podía ya ver las estrellas desde la tierra".**

Se concede a Thales el mérito de la invención de la demostración matemática rigurosa. Sea verdad o no, no cabe duda de que los griegos sabían que una proposición matemática era verdadera si había sido demostrada.

Thales de Mileto era mercader y probablemente había viajado por Egipto, donde había entrado en contacto con escribas y calculistas de la época, de los que aprendió matemáticas, con sus realizaciones prácticas, y sus vinculaciones con la astronomía, la religión y la magia. Los egipcios tenían razones prácticas para desarrollar fórmulas geométricas exactas: debían medir sus tierras regularmente, porque la crecida anual del Nilo borraba casi todas las marcas limítrofes.

Se cuenta que, comparando la sombra de un bastón y la sombra de las pirámides, Thales midió, por semejanza, sus alturas respectivas. La proporcionalidad entre los segmentos que las rectas paralelas determinan en otras rectas dio lugar a lo que hoy se conoce como teorema de Thales.

En honor a él vamos a imaginarnos como pudo ser dicha medición:
Supongamos que Thales midiera 1,70 m. y que estaba midiendo la pirámide de Keops (te tiene que dar como resultado aproximadamente 138 m.).



6. SÓLO ES CUESTIÓN DE FIJARSE

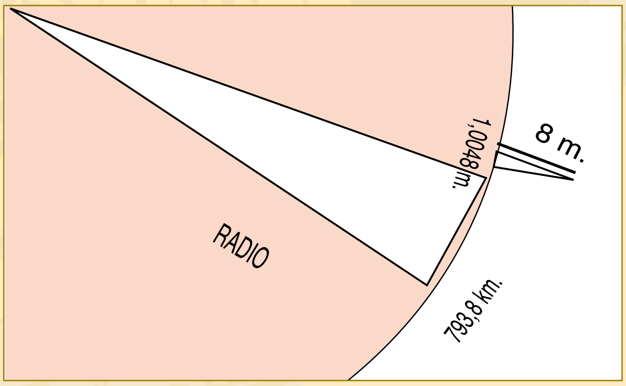
En la ciudad de Alejandría, en el siglo III a.C. vivió un hombre llamado Eratóstenes. Sus contemporáneos le llamaban "Beta", porque, al igual que la segunda letra del alfabeto, a este personaje se le reconocía por ser el segundo mejor en casi todo. Y nunca el primero.

Fue nombrado director de la gran biblioteca de Alejandría y un día, revisando los papiros de su biblioteca leyó lo siguiente:

"En el fuerte ubicado en la frontera sur del reino egipcio, en la ciudad de Syrene (Assuan), cercano a la primera catarata del Nilo, al mediodía del 21 de Junio, se podía observar el agua en el fondo de los pozos. Y los postes verticales no daban sombra", lo cual indicaba que el Sol se encontraba en la vertical.

Observó que en Alejandría, ciudad situada en el mismo meridiano que Syrene y a 5.000 estadios de ella (unos 793,8 km.), el mismo día y a la misma hora, los palos colocados en posición vertical proyectaban sombras, lo cual indicaba que los rayos del sol no caían verticalmente, sino que formaban un ángulo con la vertical que valía 1/50 de la circunferencia, es decir, 7,12°. Con estos datos calculó el radio R de la Tierra (unos 6.320 km.) aunque actualmente se admita como valor 6.380 km.

6.1. Te damos este dibujo como pista y utilizando la proporcionalidad calcula el radio:



La sombra del monolito era de 1,0048 m. y la altura del monolito 8 m.

La distancia entre Syrene y Alejandría 793,8 km. Falta el dato del radio de la tierra. Piensa que ambos triángulos son proporcionales.

7. ¿UN NÚMERO DE ORO?

En Matemáticas hay números con “nombre propio”, ya conoces algunos, como Pi “π”, que nos relaciona la longitud de la circunferencia con el diámetro de dicha circunferencia. Además, hay otros.

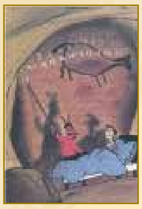
Te vamos a presentar un número curioso, el “número de oro” o “número FI”, “Φ”.

Los griegos descubrieron propiedades curiosas entre las que se encuentra el número FI (Φ). El valor de tal número es 1,61803... y su nombre se debe a la inicial del nombre del escultor griego Fidias (siglo V a.C., autor del friso y del frontis del Partenón).

Cuestiones:

7.1. Dibuja un rectángulo en un papel blanco.
Mide la longitud de sus lados y halla la razón entre el lado mayor y el menor.
Haz una puesta en común del resultado obtenido con tus compañeros, ¿se observa alguna similitud?
Se obtiene una aproximación a un cierto número, el número áureo.

7.2. Investiga:
Elige dos números arbitrarios, suma dichos números, repite este proceso hasta obtener una lista de números..., una sucesión de números que tú mismo has creado.

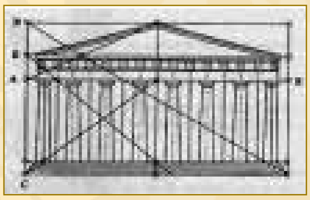


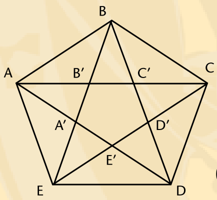
Si realizas el cociente entre un elemento de la sucesión y el anterior, obtenemos que los cocientes se aproximan al número áureo.

7. ¿UN NÚMERO DE ORO?

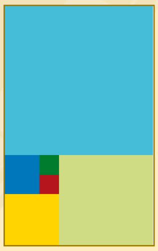
7.3. Presencia del número áureo.

El Partenón fue construido en la cima de la Acrópolis, entre 447 y 432 a.C., por orden de Pericles. En el transcurso del tiempo, el edificio sufrió numerosas vicisitudes. En 1687, el Partenón fue transformado en polvorín por los ocupantes turcos. Durante el sitio de Atenas, una bala de cañón lanzada por atacantes venecianos provocó una explosión que lo redujo a ruinas. En la actualidad, el Partenón ha sido recompuesto y su peor enemigo es la contaminación que destruye sus milenarias piedras. Su alzado guarda la proporción del número áureo.





El cociente entre la diagonal de un pentágono regular y el lado de dicho pentágono es el número áureo.



Ejemplos de rectángulos áureos los podemos encontrar en las tarjetas de crédito, DNI, tarjetas de visita, cajetillas de tabaco,...

Proporciones armoniosas del cuerpo.

En la naturaleza encontramos innumerables ejemplos: crecimiento de las plantas, piñas, distribución de las hojas en un tallo, dimensiones insectos y pájaros, formación de caracolas,..., entre otros ejemplos.

¿Puedes encontrar más ejemplos? Investiga.

8. EL CRUCIGRAMA DE HIPATIA

El crucigrama que aquí encontrarás fue hecho pensando en una de las más grandes matemáticas de la historia: **Hipatia de Alejandría.**

Hipatia vivió toda su vida en la ciudad de Alejandría, nació en el año 370 y murió en el 415. Desde muy joven investigó y enseñó prácticamente todas las ramas de las matemáticas, por eso, para recordarla, te proponemos que completes este crucigrama resolviendo problemas de aritmética, geometría y lógica.

NOTA: ¡Antes de que empieces a resolver el crucigrama!
Los resultados de los problemas del crucigrama son números, no palabras.
En cada casilla del crucigrama escribe un sólo dígito.

1		2			4
				5	
		3	6		
7					8
		12		9	
10					11

8. EL CRUCIGRAMA DE HIPATIA

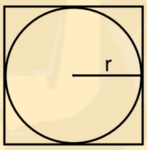
Horizontales:

1. Carmen es 8 cm. más alta que Jaime. Rosa es 12 cm. más baja que Carmen. Jaime mide 1 metro y 25 cm. ¿Cuánto mide Rosa? **(Respuesta en centímetros)**

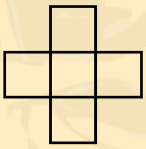
3. De todos los números que están entre los números 1 y 100. ¿Cuántos tienen el dígito 7?

7. Un estudiante se confundió en la resolución de un problema y donde se le pedía que dividiera entre 4 un número, lo que hizo fue sumar 4. Su resultado fue 56, si en lugar de sumar, hubiera dividido ¿cuál hubiera sido su resultado?

8. El cuadrado de la figura tiene un área de 36 cm². ¿Cuál es el radio del círculo inscrito?



9. Acomoda los números 1, 2, 3, 4, 5 en la figura de manera que tanto los que queden en la columna como en la fila sumen 8. ¿Cuál es el número que va en el cuadro central?



10. En una competición, un atleta tardó 35 min. y 10 seg. en realizar la primera prueba, mientras que tardó 25 min. 30 seg. en realizar la segunda. ¿Cuánto tiempo, medido en segundos, tardó en total?

11. ¿Cuántas de estas afirmaciones son verdaderas?

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{10}{6}$ b) $\frac{1}{6} \leftarrow \frac{1}{2}$

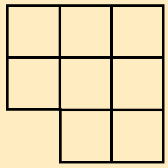
c) 0,1·0,1= 1,1 d) $2 \div \frac{1}{3} = 6$

e) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{4}$ f) $2^3 = 6$

g) -2+3= -5 h) 0,2←0,15

Verticales

1. ¿Cuántos cuadrados hay en este dibujo?



2. ¿Cuántos minutos hay entre las 10:52 y las 13:03?

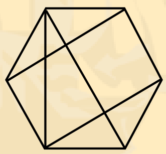
4. La fecha 8 de noviembre de 1988 tiene algo de especial. Si la escribimos 8-11-88, es fácil darse cuenta de que el día (8) multiplicado por el mes (11) da como resultado el año (88) ¿Cuántas fechas que cumplieran esta propiedad hubo en 1990?

5. ¿Cuánto suman los tres números con los que tenemos que completar para que la suma sea correcta?

$$\begin{array}{rccc} & ¿? & 6 & 8 \\ + & 2 & 7 & ¿? \\ \hline & 4 & ¿? & 2 \end{array}$$

6. ¿Qué ángulo forman las manecillas de un reloj si son las 15:00h?

7. En el hexágono siguiente, ¿Cuántos triángulos puedes ver?



12. Calcula: 3 + 7 · 5 - 4

9. VAMOS A BUSCAR EN LA SOPA DE LETRAS

E	N	U	O	G	P	—	G	M	K	L	O	O	D	F	I	J	E	D	U
I	N	U	M	E	R	O	I	A	U	R	E	O	P	P	I	U	O	P	L
A	S	E	D	E	T	G	U	T	I	I	D	O	X	X	S	E	T	L	S
P	L	R	S	C	F	G	O	E	Y	T	T	I	U	J	J	O	P	P	D
D	D	T	U	I	O	P	P	M	M	B	V	D	O	E	E	G	S	S	E
S	P	I	T	A	G	O	R	A	S	U	R	D	C	F	K	Y	E	D	M
D	H	F	R	R	A	R	S	T	S	F	H	H	S	G	A	G	L	D	I
N	U	M	E	R	O	S	P	I	D	J	J	T	S	G	Z	N	A	K	U
G	U	J	K	S	V	F	F	C	N	B	B	F	D	E	Y	U	T	O	Q
F	H	K	L	—	Y	I	O	A	L	—	—	L	G	S	T	G	J	O	R
U	H	J	K	L	—	U	P	S	O	A	R	I	T	M	E	T	I	C	A

- Matemático griego con un raro epitafio:

- Civilización que dio grandes matemáticos:

- Tiene un teorema aplicado a los triángulos rectángulos:

- Equivale aproximadamente a 3,14:

- Asignatura que más nos gusta estudiar (pista: se utilizan números):

- Se decía que cuando en una proporción daba ese número las figuras u objetos eran más bellos y agradables a la vista:

- ¿Quién aplico sus conocimientos sobre fluidos para desenmascarar a un orfebre ladrón?:

- La leyenda nos lo describe determinando la altura de la pirámide de Keops:

- Parte de las matemáticas que estudia los números y las operaciones que hacemos con ellos:

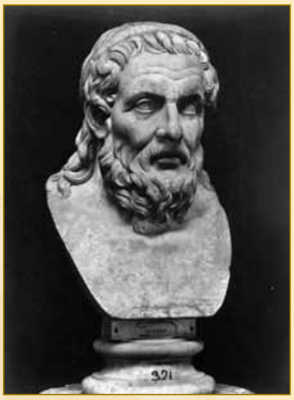
10. EURÍPIDES

El poeta trágico griego **Eurípides** (480-406 a.C.) autor, entre otras, de la obra Medea, tantas veces representada, fue la primera persona conocida en denunciar la esclavitud. Autor de dramas teatrales, Eurípides fue considerado como "el más trágico de los poetas" por Aristóteles. El público ateniense no comprendió sus dramas y quizás por eso, hacia el final de su vida se trasladó a Macedonia, a la corte del rey Arquelao, donde fue bien recibido y donde, según la tradición, fue devorado por unos perros.

Es de todos conocido cómo, cuando un alumno "sufre" con el estudio de las matemáticas, enseguida su mente le orienta hacia "las carreras de letras", ¡craso error! Los poetas, incluso Eurípides, usaban las matemáticas para la construcción de sus obras.

10.1. Podrías decirme. ¿Cuántas palabras contiene el texto anterior? ¿Cuál es la palabra que más se repite?

11. PARADOJA



El término paradoja viene del griego (para y doxos) y significa "más allá de lo creíble". En la actualidad la palabra "paradoja" tiene numerosos significados:

1. Afirmación que parece falsa, aunque en realidad es verdadera.

2. Afirmación que parece verdadera, pero en realidad es falsa.

3. Cadena de razonamientos aparentemente impecables, que conducen sin embargo a contradicciones lógicas. (Las paradojas de esta clase suelen llamarse falacias).

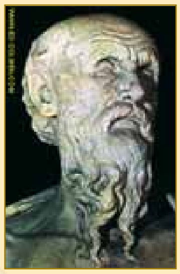
4. Declaración cuya veracidad o falsedad es indecible.

5. Verdad que se vuelve patas arriba para llamar la atención.

Las paradojas matemáticas, como las científicas, pueden ser mucho más que amenidades, y llevarnos hasta nociones muy profundas. A los primeros pensadores griegos les resultaba tan paradójico como insoportable que la diagonal de un cuadrado de lado unidad no pudiera ser medida exactamente por finas que se hicieran las graduaciones de la regla. Este hecho perturbador sirvió para abrir el vasto dominio de los números irracionales. Las paradojas no sólo plantean cuestiones, sino que también pueden responderlas.

11.1. LA PARADOJA DEL MENTIROSO. Se atribuye a Epiménides haber afirmado: "Todos los cretenses son mentirosos". Sabiendo que él mismo era cretense, ¿decía Epiménides la verdad?

12. EL MUNDO DE HESIODO



Hesiodo fue un poeta que vivió a finales del siglo VIII a.C., pero también fue un agricultor y en su obra **los trabajos y los días** explica como hay que regir una finca: El campesino casi siempre es un pequeño propietario que cultiva tierras con la ayuda de uno o dos esclavos. La tierra no es muy fértil y hay que trabajar duro para poder esperar una cosecha que permita sobrevivir y mantener la familia.

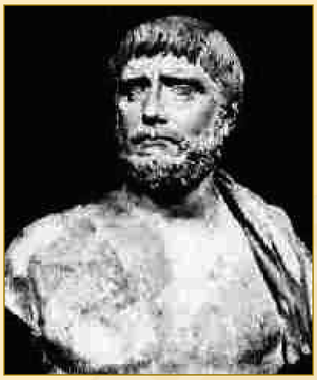
En las regiones del interior de Grecia los inviernos son crudos y los veranos muy cálidos. El campesino debe respetar escrupulosamente el calendario de trabajos agrícolas si no quiere perder su cosecha y verse obligado a endeudarse con otros.

Estas fueron las temperaturas registradas por Hesiodo en el año 755 a.C.,

Mes	Temperatura °C
Enero	-5
Febrero	-2
Marzo	-1
Abril	6
Mayo	7
Junio	13
Julio	28
Agosto	40
Septiembre	33
Octubre	10
Noviembre	5
Diciembre	0

12.1. ¿Cuál fue la temperatura media en ese año?

13. TALES Y SUS NEGOCIOS



Tales de Mileto nació en 640 a.C. fue mercader en su juventud, visitó muchos países acumulando riquezas y aprendiendo de las novedades que veía. Una vez, estuvo encargado de unas mulas cuya misión era transportar sacos de sal de una ciudad a otra. Un día al hacer su camino se encontraron con un río que debían cruzar. Da la casualidad que una de las mulas resbaló al pasar y la sal se disolvió, su carga se aligeró y al animal encontró astutamente una manera de quitarse de encima su pesada carga: se sumergía mañosamente cada vez que tenía que cruzar un río.

Tales tuvo que pensar la manera de no arruinarse a causa de la inteligencia del asno sabio, y encontró la solución para darle una lección a la mula, la cargó con un saco de esponjas duras, la mula aunque intentara sumergirse en el agua, no podría, pues el empuje que ésta ejercía le impedía su objetivo.

13.1. ¿Quién crees que pesará más, una mula cargada con 100 kg. de sal gorda u otra cargada con 100 kg. de esponjas llenas de agua?

13.2. ¿Cuál de los dos animales anteriores se sumergirá con mayor facilidad en un río?

En otra ocasión, se apoderó de toda la cosecha de olivas de su zona y al tener el "monopolio" como dueño del mercado, les demostró lo negativo que esto podría a ser. Posteriormente la volvió a vender a un precio razonable.

13.3. Si Tales compró toda la cosecha de olivas de su zona (1.000 Toneladas) a 3 € la tonelada, y posteriormente la volvió a vender a 3,25 € la Tonelada, ¿cuánto dinero ganó?

13. TALES Y SUS NEGOCIOS

13.4. Cuando demostró a sus conciudadanos la inconveniencia de este acto, dejó que otros comerciantes se hicieran con parte de la cosecha, de manera que, debido a la competencia, los precios bajaron un 30%. Si a principio de temporada el aceite costaba 3 € el litro, ¿cuánto dinero por litro se ahorró su pueblo?

Como mercader, Tales de Mileto acumuló riqueza suficiente para consagrarse al estudio durante los años de su edad madura.

Tales de Mileto destacó al resolver ciertas cuestiones como la determinación de distancias inaccesibles; la igualdad de los ángulos de la base en un triángulo isósceles; el valor del ángulo inscrito y la demostración del teorema que lleva su nombre, relativo a la proporcionalidad de segmentos determinados en dos rectas cortadas por un sistema de paralelas. También se le atribuyen cosas tan prácticas como la determinación del número correcto de días del año.

ROMA

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	**BLOQUE**	**CONTENIDOS**
1. La ciudad romana ideal	-Geometría -Técnicas de conteo	-Identificación de figuras geométricas -Identificación de distintas formas de recorrer un trayecto
2. Embalses y acueductos	-Aritmética -Proporcionalidad	-Utilización de medidas de volumen -Propiedades de potencias -Aproximación -Regla de tres simple
3. Los espectáculos	-Geometría	-Identificación de cónicas -Visión espacial de forma crítica -Cálculo longitud arco de curva
4. El puente	-Aritmética	-Aproximación y redondeo -Unidades de tiempo
5. El templo	-Aritmética -Proporcionalidad	-Razón de semejanza
6. Los números romanos	-Aritmética	-Sistema de numeración romano
7. Viaje a Rodas	-Resolución de problemas -Aritmética	-Organización de datos
8. Circus Maximus	-Aritmética -Geometría	-Unidades de peso -Cálculo de área y espesor
9. La carrera hasta Saguntum	-Aritmética	-Cálculo y comparación de datos

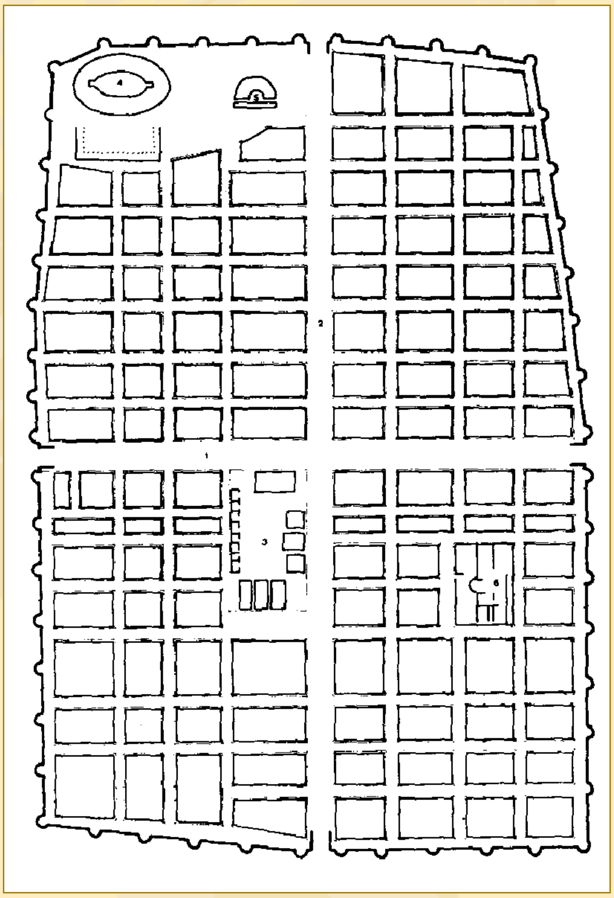
1. LA CIUDAD ROMANA IDEAL

Los romanos construían sus nuevas ciudades basándose en la regularidad ortogonal. Después de marcar el perímetro se trazaban dos calles principales en dirección N-S (Cardo maximus) y E-O (Decumanus maximus) a partir de las cuales se establecían calles secundarias que daban lugar a manzanas donde se ubicaban las viviendas privadas u otros edificios. En la intersección de las calles principales se situaba el foro con los edificios de carácter público. En el caso de esta ciudad el anfiteatro se situaba al Norte de la misma.

1.1. El anfiteatro romano, donde se libraban las luchas de gladiadores tenía forma de elipse y el teatro, donde se representaban comedias, de semicírculo. Localiza ambos en el plano.

1.2. Escribe en el siguiente plano el nombre de las calles principales y localiza el foro.

1.3. Saliendo del foro por una de las calles principales y en dirección este, doblamos hacia el sur por la segunda calle y nos encontramos dos manzanas más abajo con las termas (baños públicos). Señala donde se encuentran en el plano. ¿Hay otros caminos para ir a las termas? Dibuja al menos tres diferentes y que sean lo más cortos posibles.



Plano de una ciudad romana ideal.
(Cuadernos de arte español, nº 69).

2. EMBALSES Y ACUEDUCTOS

Los romanos, para abastecer de agua a sus ciudades, construían grandes embalses para almacenar el agua y acueductos para trasladarla hasta ellas. Uno de los embalses más conocidos de la península ibérica es el de La Alcantarilla, en Toledo, sobre el río Guajaraz y que se ha conservado hasta nuestros días. Su cuenca de 90 km² le permitía embalsar 5 millones de metros cúbicos cada año, de los que aproximadamente dos tercios se dedicaban para la agricultura y la industria.

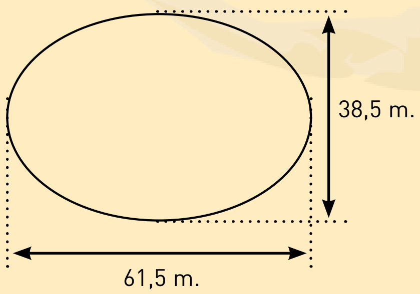
Acueducto de Segovia. (Foto Juan Manuel Salabert. Cuadernos de arte español, nº 54).

2.1. En la actualidad cada persona necesita una media de 30 litros de agua diarios. ¿Cuántos habitantes podrían vivir como máximo esa ciudad romana?

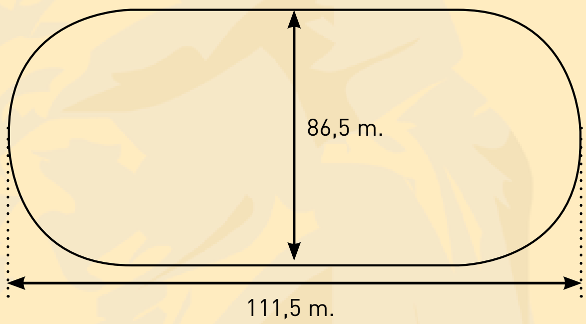
2.2. Si queremos que en la ciudad vivan como mucho 100.000 habitantes. ¿Cuántos km² de cuenca necesitaría nuestro embalse?

3. LOS ESPECTÁCULOS

Los romanos eran muy aficionados a los espectáculos públicos. En el anfiteatro realizaban las luchas de gladiadores y en el circo las carreras de cuadrigas. Ambos edificios tenían forma aproximada de elipse. Los dibujos siguientes representan las dimensiones del anfiteatro y el circo de la antigua Tarraco (actual Tarragona).



ANFITEATRO



CIRCO

3.1. Como podrás ver el circo era mucho más grande que el anfiteatro. ¿Cuántos anfiteatros podríamos construir en la parcela que ocupa un circo?

3.2. En la arena del circo se realizaban las carreras de cuadrigas (carros tirados por caballos). Para que te hagas una idea de su tamaño, infórmate sobre las dimensiones del terreno de juego de un campo de fútbol. ¿Cuántos campos de fútbol podríamos construir en la arena del circo?

3.3. Los espectáculos del anfiteatro de Tarraco podían presenciarlos 14.000 personas. ¿Cuántas personas crees que podrían presenciar las carreras en el circo?

4. EL PUENTE

Una de las aportaciones más interesantes que hicieron los arquitectos romanos en la península ibérica fue la introducción del arco. Los íberos, que eran los habitantes de la península no lo conocían. Lo utilizaban, por ejemplo, para construir puentes sobre los ríos. Entre los puentes más largos que construyeron los romanos se encuentra el puente que hicieron en la ciudad de Mérida para cruzar el río Guadiana en el año 25 a.C. y todavía en la actualidad está en uso, aunque muy restaurado.

La longitud total del puente es de 769 metros, su altura de 10 metros. El ancho de los arcos de 6,40 metros y el ancho de los pilares donde se apoyan los arcos de unos 5 metros.

Como los arquitectos romanos también se regían por criterios económicos a la hora de construir, se ahorraron de realizar 5 arcos en la entrada de cada extremo del puente y otros 5 más en el tramo central que se apoya sobre una isla en el Guadiana.

4.1. Realiza tus propios cálculos y averigua cuántos arcos se construyeron en la realización del puente.

4.2. Si un carro de los que utilizaban en la época avanzaba, cuando iba cargado, 4 kilómetros a la hora, ¿cuánto tiempo tardaban en cruzar el puente para entrar a la ciudad?

5. EL TEMPLO

Uno de los edificios singulares presentes en la Roma de Terra Mítica es el llamado Itálica. El nombre de Itálica hace referencia a la ciudad que fundó Publio Cornelio Escipión en el año 206 a.C. en las cercanías de la ciudad sevillana de Santiponce, pero en realidad el edificio es un templo, inspirado en el Templo "Maison Carré" de Nimes (Francia). Normalmente, estos edificios públicos se construían en el foro de la ciudad.

5.1. ¿Cuántas columnas se han utilizado para su construcción? (En el interior no hay columnas, éstas forman el perímetro).

5.2. Como puedes observar en la fotografía, una parte del edificio es cerrada y otra una terraza. ¿Cuántas veces es más grande la parte cerrada que la terraza?

5.3. La escalera de acceso, formada por seis escalones, salva un desnivel de 1,08 metros. ¿Qué altura tiene cada escalón?

6. LOS NÚMEROS ROMANOS

Aunque en la actualidad nosotros utilizamos los números arábigos, que los introdujeron en España los árabes alrededor del siglo VIII, los romanos tenían un sistema de numeración que todavía hoy en día podemos ver en muchos de nuestros monumentos o, para numerar los siglos. Otros usos que encontramos son: los números de capítulos de un libro o los tomos de una obra, en los actos y escenas de una obra de teatro, en los nombres de papas, emperadores y reyes, y en la numeración de congresos, olimpiadas, certámenes...

Sin embargo, estos números romanos no eran una buena herramienta para el cálculo pues utiliza las letras del alfabeto para representar los números y estos símbolos siempre valen lo mismo, no importa donde estén colocados. Las cifras que se utilizaban son:

I	1
V	5
X	10
L	50

C	100
D	500
M	1.000

Las reglas de la numeración romana eran sencillas, en realidad se basan en la suma de símbolos, excepto cuando un signo numérico menor precede a uno mayor, en cuyo caso se resta. Tampoco se podía repetir un símbolo más de 3 veces consecutivas.

Por ejemplo; para escribir el número 13 los romanos escribían: XIII. Sin embargo, para escribir el 14 lo hacían XIV.

Ejemplos: VI = 6; XXI = 21; LXVII = 67

6. LOS NÚMEROS ROMANOS

- La cifra "I" colocada delante de la "V" o la "X", les resta una unidad.
- La "X", precediendo a la "L" o a la "C", les resta diez unidades.
- La "C", delante de la "D" o la "M", les resta cien unidades.

Ejemplos: IV = 4; IX = 9; XL = 40; XC = 90; CD = 400; CM = 900

- La "V", la "L" y la "D" no pueden duplicarse porque otras letras ("X", "C", "M") representan su valor duplicado.

Ejemplos: X = 10; C = 100; M = 1.000

El valor de los números romanos queda multiplicado por mil tantas veces como rayas horizontales se coloquen encima de los mismos.

Ejemplos: $\overline{\text{V}}$ **= 5.000;** $\overline{\text{M}}$ **= 1.000.000**

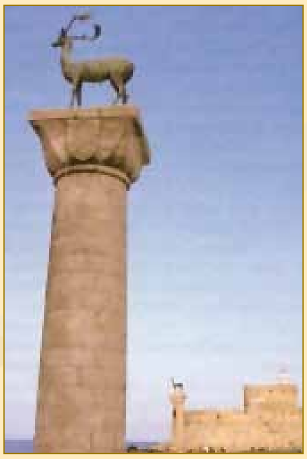
6.1. Practica con la siguiente tabla:

Arábigos	Romanos
7	
39	
75	
68	
109	

Romanos	Arábigos
LXXIX	
LI	
XCIX	
XVIII	
9 $\overline{\text{X}}$ DXX	

6.2. En la tumba de un soldado romano escribieron el siguiente epitafio:
"In memoriam Cornelius: Nascere XLIX et Mortis CIX"
¿Cuántos años vivió este soldado romano?

7. VIAJE A RODAS



Uno de los navegantes más valerosos nacido en Roma fue Publio Pompeyo. Al retirarse del ejército se compró un barco y se dedicó al comercio en la ciudad más políglota del imperio, Alejandría. En una taberna de esta ciudad escuchó la noticia de que en la isla de Rodas tenían gran falta de vino. Necesitaban 20.000 ánforas de vino para la celebración de los 100 días de juegos que había decretado el emperador.

Publio vio un buen negocio porque él podía comprar las ánforas de vino en Cartago a 6 sestercios cada una y allí en la isla se las pagarían al triple las 10.000 primeras ánforas que llevase y al doble las restantes. Julio Máximo, otro comerciante que escuchó la noticia le dijo a Publio Pompeyo: "Yo ganaré más dinero que tú pues aunque yo sólo puedo cargar 4.000 ánforas en mi barco y tú 5.800 en el tuyo, yo sólo tardaré 3 días en hacer un viaje mientras que tú tardarás 4 días; luego yo haré más viajes que tú y ganaré más dinero".

7.1. ¿Quién crees tú que llevaba razón?

7.2. ¿Cuántas ánforas llevaron cada uno?

7.3. ¿Cuántos días tardaron en llevar las 20.000 ánforas de vino que necesitaban en la isla de Rodas?

8. CIRCUS MAXIMUS

La entrada del Circus Maximus de Terra Mítica es una réplica de uno de los edificios más emblemáticos del mundo romano: El Coliseo de Roma.

El Coliseo es en realidad el anfiteatro más grande del mundo. Lo empezó a construir el emperador Vespasiano en el año 69 d.C. y lo terminó su hijo Tito en el año 80.

Aunque tiene forma elíptica, a la vista parece que sea un círculo pues mide 188 metros de largo y 156 metros de ancho. La altura de su anillo exterior es de 50 metros (unos 15 pisos). Se utilizaron 10.000 metros cúbicos de mármol travertino para recubrir la fachada y 300 toneladas de hierro para fabricar las grapas que unían los sillares.

A sus gradas podían asistir hasta 60.000 espectadores, la mayoría sentados.

8.1. Imagina que el Coliseo es circular, suponemos que su radio es la media de los semiejes antes mencionados. ¿Qué espesor tenía la capa de mármol exterior?

8.2. Si en cada sillar se colocaban 2 grapas de 200 gramos cada una para sujetarlo con los otros sillares que estaban a su lado, ¿cuántos sillares crees que utilizaron para construir el Coliseo?

9. LA CARRERA HASTA SAGUNTUM

La Via Augusta es la calzada romana más larga de toda la Península Ibérica, con un recorrido total aproximado de 1.500 kilómetros desde los Pirineos hasta Cádiz, atravesando la Comunidad Valenciana a lo largo de unos 425 kilómetros. La Via Augusta fue el eje principal de la red viaria en la época de los romanos.

En época del emperador Augusto, recién hechas las reparaciones que mandó realizar en esta Via entre los años 8 y 2 a.C., dos ciudadanos romanos se hicieron una apuesta.

Cornelius pensaba viajar a Saguntum, en Hispania, un viaje de 2.000 kilómetros por la Vía Augusta que partía desde Roma. Iría corriendo a caballo a 40 kilómetros a la hora y sólo descansaría una hora, de cada tres que estuviese montado, para comer y cambiar de caballo y por las noches dormiría ocho horas.

Maximiliano pensaba también viajar a Saguntum, navegando, desde Ostia, el puerto de Roma. Un viaje de 1.500 kilómetros a través del Mediterráneo a una velocidad de 15 km/h. durante todo el día (el barco no duerme, sigue navegando).

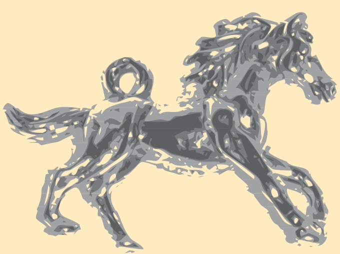
Cornelius apostó 5 ánforas de vino a que llegaba antes que Maximiliano con su barco.

9.1. ¿Quién crees que ganó la apuesta?

9.2. ¿Cuánto tiempo tardó exactamente cada uno de ellos en llegar a Saguntum?

IBERIA

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	**BLOQUE**	**CONTENIDOS**
1. Los Íberos	-Aritmética	-Números primos, cálculo y unidades
2. Matemáticas recreativas en el siglo XVI	-Aritmética y Álgebra	-Ecuaciones y números enteros
3. Un juego medieval: el Alquerque	-Resolución de proble-mas	-Juegos de estrategia
4. Pedro S. Ciruelo: Polígonos estrellados	-Geometría	-Ángulos y polígonos
5. Pedro Nunes: la construcción del nonio	-Geometría y Álgebra	-Medidas y ecuaciones
6. La evolución del ajedrez	-Resolución de proble-mas	-Juegos de estrategia
7. Medidas agrarias antiguas	-Aritmética	-Cambio de unidades, porcentajes
8. Pasatiempos y Al-Andalus	-Transversalidad matemática	-Conceptos, historia, etc
9. La barraca valenciana	-Aritmética y Geometría	-Áreas, porcentajes y unidades
10. La clepsidra: reloj de agua	-Aritmética y Geometría	-Volúmenes y unidades de capacidad



1. LOS ÍBEROS

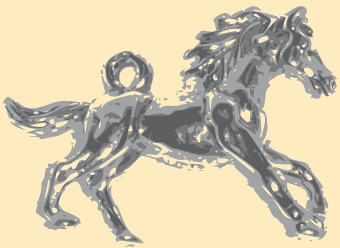
Las últimas teorías consideran que los llegaron a la Península Ibérica desde el Norte de África, asentándose fundamentalmente en la costa mediterránea y al sur, donde crearon diversas culturas de las que aún hoy se conservan restos arqueológicos de gran importancia. Entre ellas destaca la que relatos griegos llamaron de o y cuya ciudad fue . Hoy está considerada como una tribu ibérica, que fundó un importante reino de gran cultura en el valle del Guadalquivir, al sur de España. Sobre el año 1200 a.C. tribus celtas entraron en la península por el Norte, se establecieron en gran parte de su territorio asentándose y mezclándose con los íberos.

1.1. Los íberos eran un pueblo guerrero. La lista siguiente corresponde a los nombres de diferentes armas y elementos utilizados por ellos en las batallas, pero un "perverso matemático" a cambiado las letras (letras dobles no cuentan) por números. Sabemos que tiene debilidad por los números primos y hemos descubierto que cada grafía ha sido reemplazada por un número primo, de manera que el primero corresponde a la primera letra del alfabeto y así sucesivamente.
¡El 1 no se considera número primo!

¿Cómo se llaman las diferentes armas y objetos utilizados por los íberos?

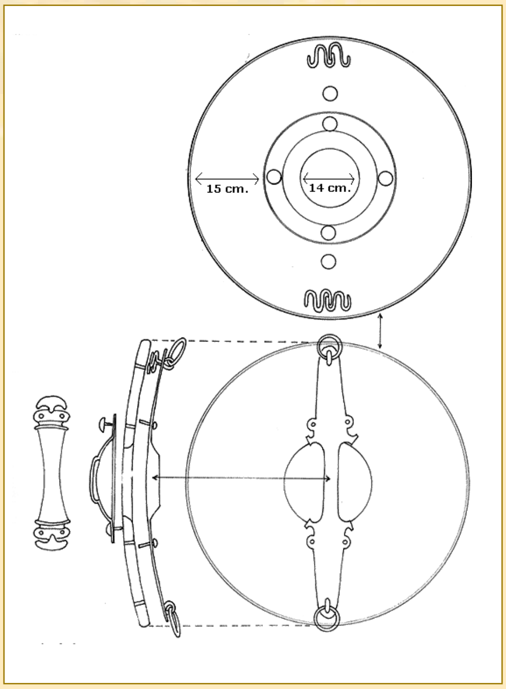
Realiza la "Criba de Eratóstenes" para obtener los 27 primeros números primos.

13.2.37.5.2.73.2	
73.67.2.17.79.37.2	-Jabalina ligera arrojadiza utilizada por la caballería. También usada como arpón de pesca.
37.2.43.5.11.2	



37.53.67.23.17.2	
71.2.17.79.43	- Prenda gruesa, a modo de capote, confeccionada con la lana oscura típica de las ovejas.
17.2.11.71.79.41	- Larga barra de hierro forjado en la que la parte central es más gruesa donde, se empuña, y que decrece gradualmente hacia los extremos.

1.2. Uno de los elementos que utilizaban para protegerse era un escudo. Este escudo circular de 60 cm. de diámetro se denomina “caetra”.



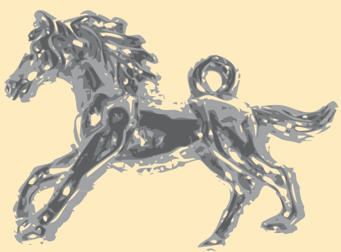
a) Calcula el perímetro y la superficie del escudo.

b) Los 6 círculos pequeños tienen una superficie de 42,39 cm^2. ¿Qué diámetro tienen?

c) Observa que hay dos coronas circulares con la misma anchura. ¿Cuál es ésta? ¿Cuál tiene mayor área?

d) Queremos construir un escudo romano (rectangular de alto doble que ancho) que tenga la misma superficie. ¿Qué dimensiones tendrá?

e) Compara los perímetros de ambos escudos.



1. LOS ÍBEROS

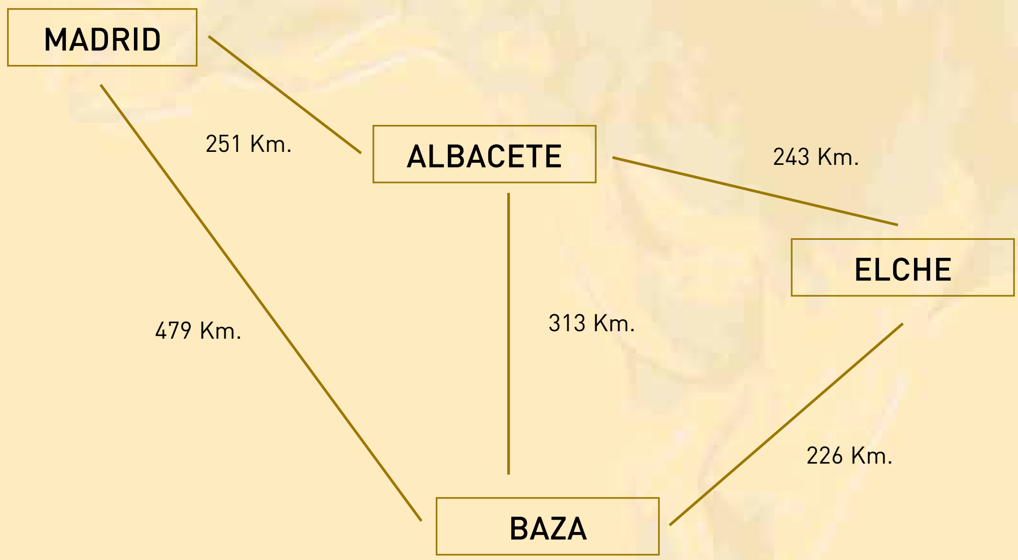
1.3. En el Museo Arqueológico de Madrid está presente la cultura ibera. En él se pueden ver tres damas iberas: la Dama de Elche (Alicante), la dama de Baza (Granada) y la dama sedante del Cerro de los Santos (Albacete).

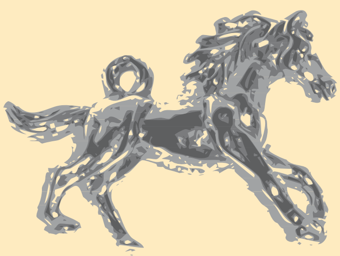
La dirección del museo ha decidido exponer durante un tiempo cada una de las damas en sus ciudades de procedencia: Elche, Baza y Albacete.

Se piensa realizar el traslado por carretera a una velocidad media de 100 km/h. y se necesita la hora en cada localidad para depositar las damas en los museos correspondientes.

a) ¿Cuál es el trayecto más corto en kilómetros?

b) ¿Cuánto tiempo en horas, minutos y segundos, transcurre desde que sale y vuelve a Madrid el camión que transporta las damas?





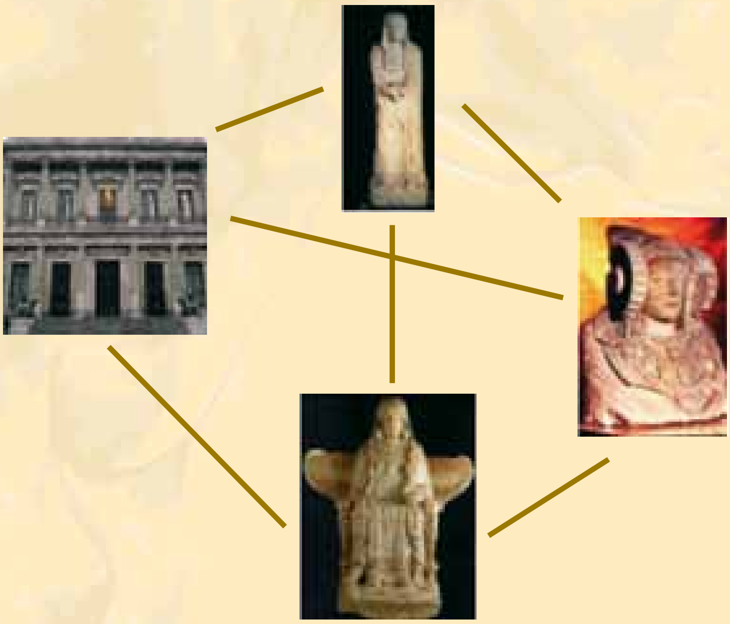
1. LOS ÍBEROS

1.4. Para ganar tiempo y evitar un posible accidente por carretera se decide finalmente realizar el traslado en avioneta.

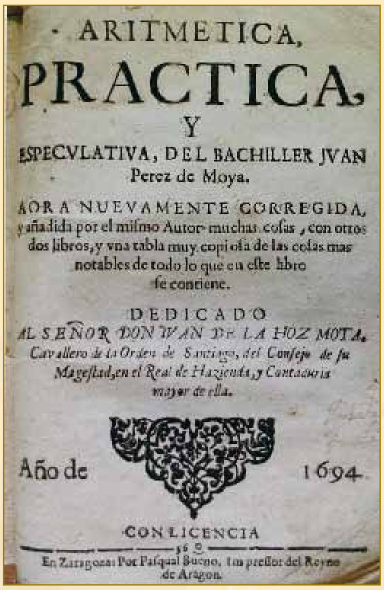
a) Consigue un mapa y teniendo en cuenta la escala determina la distancia entre cada una de las ciudades implicadas.

b) ¿Cuál es el trayecto más corto?

c) Si debido al aterrizaje y despegue de la avioneta se permanece 1 h. en cada uno de los lugares de destino y la avioneta vuela a 300 km/h. determina el tiempo empleado en este caso.



2. MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN EL SIGLO XVI


ARITMETICA,
PRACTICA,
Y
ESPECVLATIVA, DEL BACHILLER JVAN
Perez de Moya.
AORA NUEVAMENTE CORREGIDA,
y añadida por el mismo Autor muchas cosas, con otros
dos libros, y vna tabla muy copiosa de las cosas mas
notables de todo lo que en este libro
se contiene.
DEDICADO
AL SEÑOR DON IVAN DE LA HOZ MOTA,
Cavallero de la Orden de Santiago, del Consejo de su
Magestad, en el Real de Hazienda, y Contaduria
mayor de ella.
Año de 1694.
CON LICENCIA
En Zaragoza: Por Pasqual Bueno, Impressor del Reyno
de Aragon.

El alemán afincado en Valencia, **Marco Aurel**, escribió en 1552 el **Libro primero de aritmética algebrática**.

Pero fue la obra del bachiller **Juan Pérez de Moya** (1513-1596) la que tuvo más importancia en la difusión del Álgebra. Su libro **Aritmética práctica y especulativa**, publicado en 1562 es el mejor libro del siglo XVI. Fue tal su éxito que tuvo más de treinta ediciones, siendo la última en 1875 casi doscientos años después. Se considera el libro de matemática recreativa más antiguo en lengua castellana.

Fue muy valorado en su época. Prueba de ello, el pintor Velázquez consideraba sus obras como las más interesantes de su biblioteca y se inspiró para la ejecución de algunos de sus cuadros de tema mitológico como "Los borrachos o el triunfo de Baco" o "La fragua de Vulcano" en la **Philosophia Secreta** de este autor.

2.1. Respetando el castellano antiguo original, veamos un problema resuelto por **Juan Pérez de Moya** en su libro **Aritmética práctica y especulativa**: **Dos tienen dineros, el uno cinco ducados más que el otro, y multiplicando los ducados del uno por tres, y los del otro por cuatro, juntas las dos multiplicaciones montan sesenta y nueve ducados. Demando, quanto tiene cada uno**.

Intenta resolverlo utilizando la notación algebraica actual. Ten en cuenta que si lo haces bien llegarás a esta ecuación: **7.co.p.20.n.ig.69.n.** de acuerdo a la notación de la época.

2.2. En el mismo libro hay un diálogo entre dos estudiantes que debaten sobre temas de aritmética. **Sofronio**, defiende la utilidad de esta ciencia, sin embargo, **Antímaco** dice no tener necesidad de ella, y tiene por opinión que "no hay ninguno que sepa contar, teniendo buenos dineros".

En la segunda parte del diálogo se juntan otros dos estudiantes, **Damón** y **Lucilio** y "se prosigue la plática entre todos cuatro, diciendo cada uno las preguntas o dislates que sabe, todo por términos comunes de aritmética". Los estudiantes de nuestro diálogo acuerdan plantear, por turno, una cuestión y llegado el de **Damón** dice:

2. MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN EL SIGLO XVI

Ahora señores, conformes al concierto, quiero decir como dos caminantes llevaban ocho arrobas de vino, y en el camino determinaron de deshacer la compañía y de apartarse cada uno por su cabo: y habiendo de partir por la mitad el vino hallaron que no tenían sino dos medidas. La una cabía tres arrobas y la otra cinco: pídese, ¿cómo partirán con estas dos medidas diferentes el vino, para que cada uno lleve cuatro arrobas que le vienen de su parte?

Damón explica en seguida los trasvases necesarios para conseguir el propósito y termina diciendo:
..y como dije ocho, pude decir diez arrobas, y las medidas sean una de tres y otra de siete.

¿Sabrías encontrar la solución a ambos problemas?

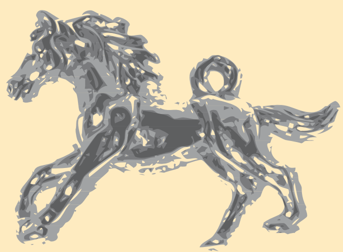
A continuación te presentamos una serie de problemas parecidos:

2.3. a) Josep en su horchatería de Alboraia sólo tiene dos recipientes, uno de 9 litros y otro de 4 litros para medir la horchata. Un cliente le pide 6 litros de horchata. ¿Cómo consiguió satisfacer al cliente?

b) En otra ocasión, Josep quiso medir medio litro de horchata, pero sólo disponía de dos recipientes para hacerlo. En uno cabían cinco cuartos de litro, y en otro, tres cuartos. ¿Cómo se las ingenió? ¿Y si le hubieran pedido sólo un cuarto de litro de horchata?

2.4. a) El negocio de Josep va estupendamente y consigue comprar tres recipientes de 5, 11 y 13 litros de capacidad. Tiene 24 litros de horchata en una garrafa y quiere repartirla en partes iguales para regalársela a sus tres amigas. ¿Cómo lo conseguirá?

b) Tres clientes vienen cada uno con una garrafa de cinco, cuatro y dos litros para comprar horchata. Josep les dice que sólo le queda una garrafa de nueve litros y que les regala la horchata si se llevan cada uno la misma cantidad. ¿Conseguirán gratis tres litros de horchata cada uno?



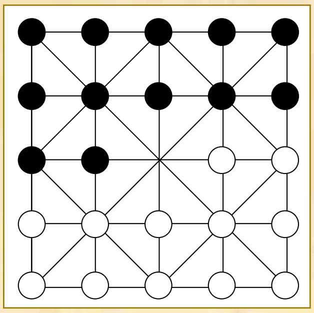
3. UN JUEGO MEDIEVAL: EL ALQUERQUE

El juego del **Alquerque** fue introducido en España por los musulmanes que le llamaban **el-quirkat**. Es mencionado en una obra árabe del siglo X, **Kitab al-Aghami**, y su descripción figura también en el **Libro de los juegos** elaborado bajo el reinado de Alfonso X de Castilla (1251-1282). Esta recopilación de todos los juegos conocidos de la época fue preparada bajo la supervisión personal del rey Alfonso, cuya erudición le valió el título de Sabio. Consideraba que los juegos eran un aspecto importante y agradable de la vida.

El origen del Alquerque es muy antiguo. Una reproducción de un tablero cuádruple está grabado sobre las losas del techo del templo de Kurna en Tebas, en la orilla occidental del Nilo, comenzado por Ramses I (1400-1366 a.C.) y acabado por Sethi I (1366-1433 a.C.). Parece que este tablero de juego haya sido esculpido en la piedra por los albañiles que trabajaban en la edificación del templo, que encontraron así una forma de distraerse.

No se han encontrado documentos que expliquen las reglas seguidas por los egipcios, pero sí conocemos las reglas que se usaban en la España medieval.

El Alquerque ha sido progenitor de todo un grupo de juegos relacionados, estando presente en diversas formas en numerosas culturas a lo largo de todo el mundo, tanto tradicionales como modernas, desde los indios Pueblo norteamericanos, hasta Indonesia, pasando por Laponia o Senegal.

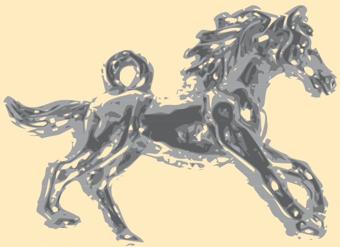


El JUEGO DEL ALQUERQUE

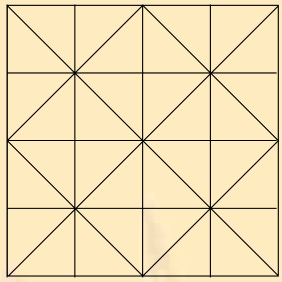
Número de jugadores: Dos.
Número de fichas: Doce para cada jugador.
Objetivo: Capturar o inmovilizar todas las fichas del adversario.
Origen del juego: Medio Oriente antes de 1.400 a.C.

REGLAS DE JUEGO

I. Cada jugador dispone de doce fichas de diferente color que son colocadas sobre el tablero antes de empezar la partida como indica la figura. Una ficha se puede desplazar a cualquier posición contigua a lo largo de una línea.
II. Si una posición contigua está ocupada por una ficha del adversario y la posición siguiente está vacía. Se puede saltar por encima de la ficha enemiga que se retira del juego.
III. Si otra ficha está entonces amenazada, se puede dar un segundo salto en la misma dirección o en otra. Las capturas múltiples están admitidas a lo largo de un mismo turno de juego.
IV. Si una ficha puede capturar a otra debe hacerlo, sino se pierde y es retirada del juego.
V. Cuando un jugador ha capturado todas las fichas del contrario, la partida ha terminado y ha ganado.



3. UN JUEGO MEDIEVAL: EL ALQUERQUE

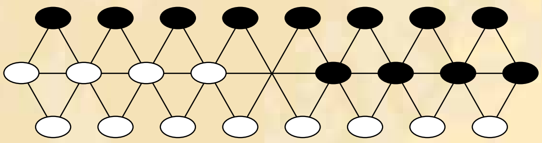


3.1. En el esquema del tablero del Alquerque encuentra todos los cuadrados y triángulos que haya.

3.2. Juega con tu compañero o compañera unas cuantas partidas e indica qué estrategias has seguido.

El JUEGO DEL AWITHLAKNANNAI

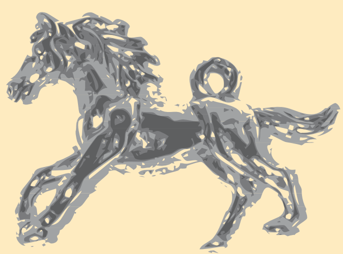
Este juego de curiosa estética y nombre enrevesado, es uno de los pocos ejemplos que se conservan de juegos de tablero entre los pueblos aborígenes de Norteamérica. Proviene de los indios Zuni, una de las tribus que habitaban desde antiguo en la zona del actual Nuevo Méjico, miembros de la gran familia de indios Pueblo. Según se cree, el **Awithlaknannai**, nombre indígena que significa "piedras que matan", esta inspirado en el juego de Alquerque que los indios vieron practicar a los primeros exploradores castellanos que se aventuraron por tierras de Arizona y Nuevo Méjico en busca de las siete ciudades de Cibola. Los Zuni trasladaron la batalla ritual de las piedras sobre el lomo de la serpiente mitológica Kolowis, otorgándole así al **Awithlaknannai** su aspecto alargado.



Se colocan las fichas tal como indica la figura y se juega con las mismas reglas que el Alquerque salvo que no se puede ir hacia atrás.

3.3. El tablero está formado por una serie de triángulos. ¿Cómo sería el tablero mínimo? ¿Con cuántas fichas se jugaría? En este tablero, ¿tiene ventaja el que sale primero? ¿Cuál es la mejor estrategia?

3.4. ¿Qué ocurre con el tablero siguiente en tamaño? Juega con tu compañero o compañera una cuantas partidas con el juego "real" e indica qué estrategias has seguido basándote en las experiencias anteriores.



4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONOS ESTRELLADOS

Este matemático aragonés nació en Daroca en 1470. En la Universidad de Salamanca se dedicó a la Filosofía y a las Matemáticas. A pesar de la escasez de medios se trasladó a la Universidad de París para instruirse en la Teología y otras ciencias, y allí residió diez años, habiendo sido estimado por su pericia en las matemáticas, hallándose pocos en aquella Ciudad con conocimiento de ellas. Estuvo en al Universidad de la Sorbona desde 1492 hasta 1502.

Su verdadera vocación era la teología y escribió el libro **Reprobación de las supersticiones y hechicerías** en el que combate las creencias y supersticiones tocantes a Brujería, Nigromancia, Quiromancia, Hechicería, artes adivinatorias, falsa Astrología, agüeros, etc. Es un verdadero retrato de las costumbres de aquellos tiempos que aún hoy perduran. Como matemático y científico que era, Ciruelo luchó vigorosamente contra la "falsa astrología" y supo distinguirla de la "verdadera astrología", que hoy llamamos comúnmente Astronomía.

Publicó y corrigió los libros **Geometria speculativa** y **Arithmetica speculative** del matemático inglés **Thomas Bradwardine** (1290-1349).

Como se muestra en el documento, este matemático fue uno de los primeros en tratar en uno de esos libros los polígonos estrellados.


Breue cōpendium artis geometric

Geometria est arithmetice

Por último señalar que del segundo apellido "Ciruelo" viene la frase que antiguamente se decía "sabe más que un maestro ciruelo".

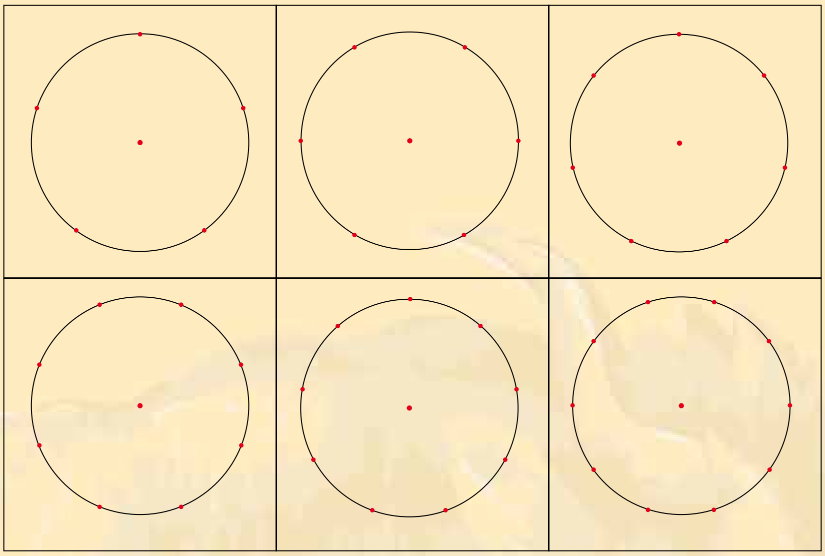
Vas a obtener diferentes polígonos uniendo los puntos de las circunferencias. En la plantilla aparecen 6 circunferencias en las que se han dibujado de manera equidistante 5, 6, 7, 8, 9 y 10 puntos. Para poder dibujar varias figuras sobre el mismo tipo de circunferencia es necesario que hagas fotocopias de la plantilla.

4.1. Si unes los puntos adyacentes de cada circunferencia obtienes diferentes polígonos regulares.

a) Indica el nombre de cada uno de ellos y determina el valor del ángulo interior (ángulo que forman dos lados contiguos).

b) ¿Sabrías encontrar una fórmula que diera ese ángulo en función del número de lados? Si la encuentras determina el ángulo para un polígono de 12, 30 y de 360 lados.

4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONOS ESTRELLADOS

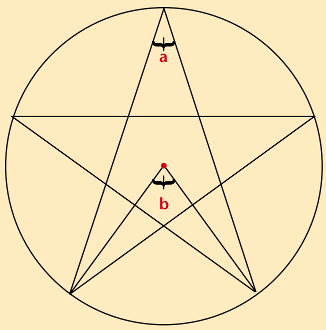


4.2. Representa en una gráfica el ángulo interior del polígono en función del número de lados (para $n \leq 20$).

4.3. Ahora vas a unir los puntos de 2 en 2, de 3 en 3, etc. para obtener polígonos estrellados.
a) En la circunferencia de 5 puntos, ¿cuántos polígonos estrellados diferentes obtienes? ¿Y en la de 6, 7, 8, 9 y 10 puntos?

Si designamos por {n/k} el polígono obtenido a partir de n puntos unidos de k en k,
b) ¿De qué otra forma podrías obtener los polígonos {11/5} y {13/6}?

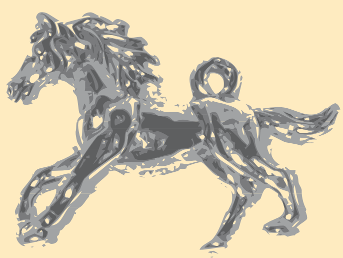
4.4. Recuerda que el ángulo b=2a (el ángulo inscrito es la mitad del ángulo central):



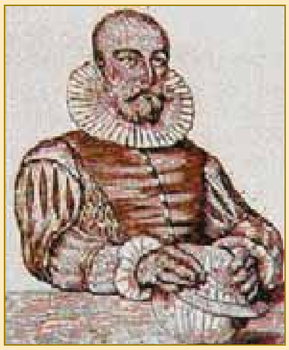
a) Calcula el ángulo interior de los polígonos estrellados {5/2}, {7/2}, {7/3} y {9/5}.
Hay una fórmula que es válida también para polígonos regulares:

$$180 - \frac{360 \cdot \mathbf{k}}{\mathbf{n}}$$

b) Comprueba la fórmula para {6/1} y {7/4} y aplícala a los polígonos {8/3} y {10/7}.



5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓN DE UN NÓNIO



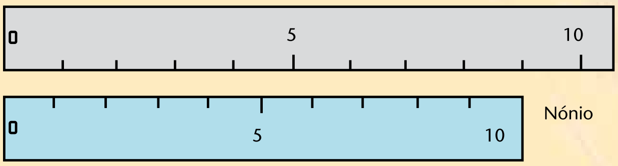
Pedro Nunes, matemático portugués, nació en Alcocer do Sal en 1502 y falleció en Coimbra en 1578. Fue sin duda el mayor matemático portugués del siglo XVI y es considerado por muchos como uno de los mejores matemáticos de siempre.
Enseñó Filosofía, Moral, Lógica y Metafísica en la Universidad de Lisboa, aunque su interés se centraba principalmente en las Matemáticas y la Física, dedicándose en especial a la Náutica. Fue el inventor del nónio y se interesó igualmente por las ecuaciones y la geometría.

Pedro Nunes, en su libro **De Crepusculis** explica un método para determinar de forma rigurosa la altura de los astros. La utilización del astrolabio conjuntamente con el método descrito por el astrónomo portugués fue de gran utilidad para la ciencia náutica.

Este método se concretó en un instrumento circular que permitía medir fracciones de grado y que se denominó **nonius**.

Posteriormente la idea de Pedro Nunes sería utilizada en un instrumento práctico y simple, el nónio lineal que permitía medir con una buena aproximación espesores de objetos. Un ejemplo de aplicación del nónio es el **calibre** que mide espesores, diámetros externos e internos de tubos, etc.

5.1. Vas a construir un nónio y a utilizarlo:



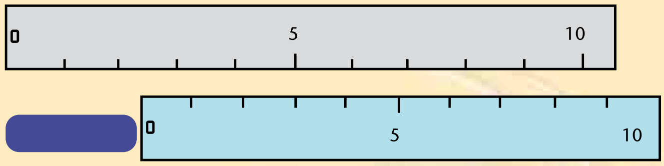
1.- Necesitas dos reglas, una pequeña y otra mayor como las de la figura:

2.- Divide la regla mayor (regla) en 10 partes iguales, marcando la escala en su parte inferior.
3.- Divide también la regla menor (nónio) en 10 partes iguales, marcando la escala en la parte superior.
4.- Pega la regla y el nónio en una cartulina y recórtalos.
5.- Coloca la regla y el nónio que has construido en la posición que muestra el dibujo y observa que el nónio completo corresponde a 9 de las 10 partes de la regla, lo que quiere decir que cada división del nónio es 0,1 menor que cada división de la regla.

5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓN DE UN NÓNIO

Ya tienes construido un nónio, veamos ahora **cómo utilizarlo**:

1.- Coloca el objeto de forma que uno de sus extremos coincida con el 0 de la regla.
2.- Ajusta el nónio al otro extremo del objeto, como puedes ver en el dibujo.



3.- El objeto mide dos unidades de la regla y un poquito. Para averiguar cuánto vale ese poquito observa cuál es la división que coincide en la regla y en el nónio. Es la tercera, luego la longitud del objeto es 2,3.

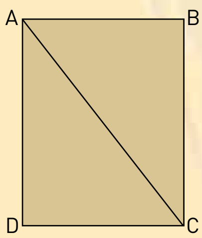
Aquí tienes la regla y el nónio para recortar.

5.2. Intenta explicar por qué la medición anterior es 2,3.

5.3. Practica midiendo con tu nónio otros objetos.

Pedro Nunes también se interesó por la resolución de ecuaciones y por los problemas geométricos, a continuación te proponemos tres de ellos que tu podrás resolver por los mecanismos actuales que son diferentes de los que utilizó Pedro Nunes para su resolución.

5.4. Si el área de un rectángulo es conocida y la suma de los lados mayor y menor también, cada uno de los lados será conocido. Supón que tenemos un rectángulo de área 12 brazas cuadradas y la suma de sus dos lados mide 8 brazas. Calcula cuánto valen los lados.
La **braza** es una antigua medida lineal que corresponde a 2,20 metros.



5.5. Si conocemos el área y la diagonal de un rectángulo, podemos conocer los lados. Suponiendo que el área es 12 y la diagonal AC es 5 averigua cuánto miden los lados. Pista: Un lado mide una unidad más que el otro (puedes calcularlo de dos maneras).

6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

Cuenta una leyenda que el inventor del ajedrez enseñó el juego a un rey que habitaba en la India y que el Rey, maravillado por el juego le ofreció como recompensa el regalo que deseara. El inventor del juego pidió al Rey que le diera un grano de arroz por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, y así fuera doblando la cantidad en cada casilla, es decir cuatro en la tercera, ocho en la cuarta y así sucesivamente. El Rey en un principio quedó sorprendido por el escaso valor de la recompensa, pero al meditarlo un poco más se dio cuenta de que nunca podría pagar al que le había enseñado el mejor de los juegos que se han inventado.

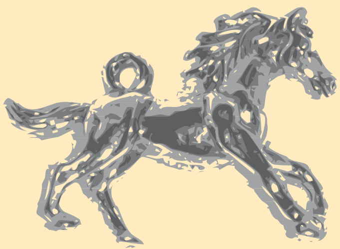
6.1. ¿Sabrías calcular cuántos granos de arroz le pidió el inventor del ajedrez al Rey?

El ajedrez tiene su origen en la India, más concretamente en el Valle del Indo, y data del siglo VI d.C. Originalmente se llamaba Chaturanga, o juego del ejército, se difundió rápidamente por las rutas comerciales, llegó a Persia, donde se llamaba Chatrang, y desde allí al Imperio bizantino, extendiéndose posteriormente por toda Asia.

Los árabes, que lo denominaban Shantraj o Shatranj, lo adoptaron y lo introdujeron en Occidente a través de España entre los siglos VIII y X. Fueron ellos quienes desarrollaron métodos de notación algebraica que permiten el análisis y registro de problemas y partidas.

Durante la edad media España e Italia eran los países donde más se practicaba. Se jugaba de acuerdo con las normas árabes. El Rey Alfonso X el Sabio (1221-1284), rey de Castilla y León, es autor del hermoso libro de ajedrez: **Libro del Ajedrez, dados y tablas**, el primer tratado de ajedrez europeo, que contiene 103 problemas explicados e ilustrados.

En el siglo XV el Ajedrez empieza a cambiar, consolidándose esta reforma durante los siglos XVI y XVII, periodo durante el cual se fijan las reglas del Ajedrez que se han mantenido hasta nuestros días.



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

Cambios significativos de esta época son:

- La introducción del "Enroque".
- Se permite el facultativo avance del peón uno o dos pasos y la captura "al paso".
- El movimiento de la dama, que solo podía moverse de casilla en casilla, se convierte en el más poderoso.

Las nuevas reglas, con aperturas y problemas fueron descritas por Lucena (m. 1506) "Repetición de amores e arte de axedres" y por Ruy López de Segura (1507-1575) "Libro de la invención liberal y arte del juego del ajedrez". Se consideran los primeros analistas de la Era Moderna del Ajedrez.

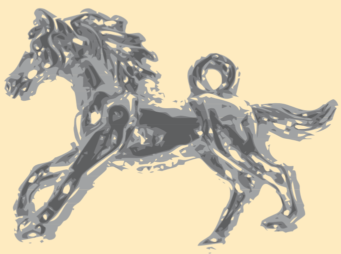
Posteriormente, André Danican Philidor publicaría el primer reglamento impreso, su titulo "Analyse du jue des echecs" (1749).

El movimiento de las piezas en la época de Alfonso X era algo distinto al que conocemos actualmente.

Vamos a explicar brevemente cómo se movían las piezas en la época de Alfonso el Sabio:

- La **dama**, también llamada **Alforza** era la pieza más débil del ajedrez árabe, solo se podía mover a una casilla adyacente en diagonal (hacia delante o hacia atrás), pero en su primer movimiento podía saltar a una tercera casilla, incluso por encima de las piezas como el caballo, pero sin poder capturar ninguna pieza. Además este movimiento podía ser en línea recta o en diagonal.

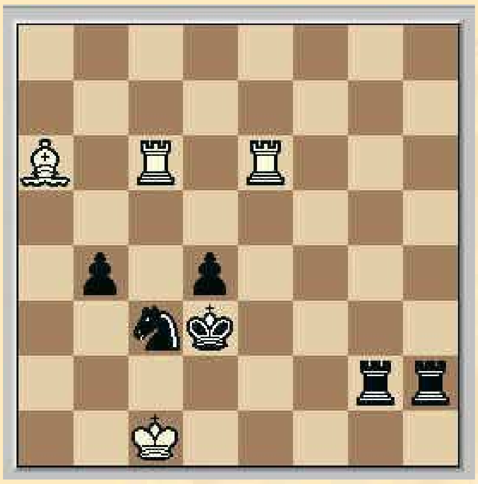
- El **alfil** se movía como las actuales damas, pero de tres en tres y el peón al coronar sólo podía convertirse en dama (y saltar tres casillas en el movimiento siguiente a su coronación).



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

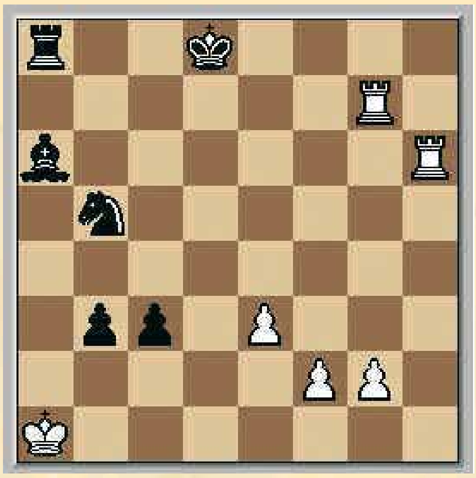
6.2. Aquí aparecen 3 de los 103 problemas que aparecen en el libro de ajedrez de Alfonso X, publicado en Sevilla en 1283. Intenta resolverlos con las indicaciones anteriores.

Problema 1



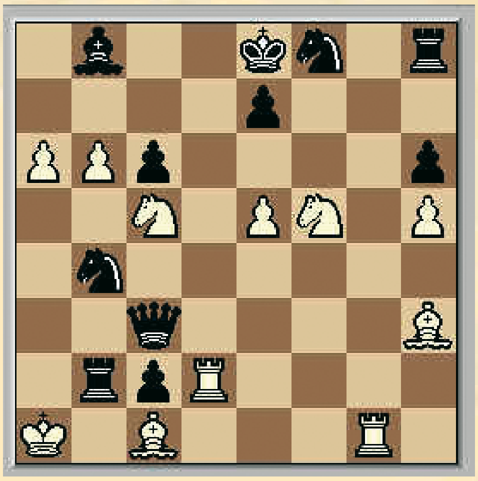
Juegan las blancas

Problema 2



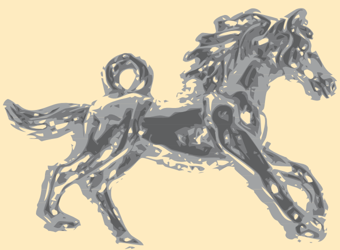
Juegan las negras

Problema 3



Juegan las blancas

Veamos ahora algunos problemas más relacionados con el ajedrez:
(El movimiento de las piezas es como en la actualidad).



6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

6.3. Imagina que tienes un tablero de ajedrez pero de un tamaño de 4x4, como el siguiente:

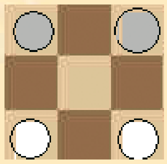
a) ¿Cuántas reinas hay que colocar para que todas las casillas estén, o bien ocupadas o bien amenazadas por al menos una reina?

b) ¿Y si el tablero fuera de 5x5?

c) Intenta averiguar también cuántas reinas es posible colocar en un tablero de 4x4 de manera que ninguna de ellas esté amenazada por otra.

d) ¿Y si el tablero es de 5x5?

6.4. Imagínate ahora que tenemos en un tablero de ajedrez, cuatro caballos, 2 blancos y 2 negros colocados en las cuatro esquinas de un cuadrado de 3x3. ¿Cuál es el número mínimo de movimientos para intercambiar los dos caballos negros con los dos blancos? Calcúlalo primero suponiendo que los caballos puedan salir fuera de las casillas del tablero de 3x3 y luego suponiendo que no pueden salir.



6.5. Colocamos ahora en el mismo tablero de 3x3 tres peones blancos y tres negros. Los peones se mueven y matan igual que los peones del ajedrez. Para ganar hay que conseguir colocar uno de nuestros peones en el lado opuesto del tablero, o bien capturar a los tres peones contrarios o lograr que nuestro contrincante no pueda realizar ningún movimiento. Juega con tus compañeros he intenta encontrar una estrategia ganadora.

7. MEDIDAS AGRARIAS ANTIGUAS

Una extensión agraria, una viña o un bosque no suelen medirse con las típicas unidades de superficie como son: m^2, dm^2, dam^2.... sino que existen unas unidades propias que se utilizan para medir extensiones de cultivo o de bosques que reciben el nombre de unidades agrarias.

Estas unidades agrarias son:

- La Hectárea (ha)	1 ha = 1 hm^2
- El área (a)	1 a = 1 dam^2
- La centiárea (ca)	1 ca = 1m^2

Hay también otras unidades agrarias muy importantes que se suelen utilizar para medir la superficie de campos de cultivo, que son las siguientes:

- **La hanegada**. 1 hanegada equivale a 831,09 m^2
- **El cuartón**. 1 cuartón equivale a 207,7725 m^2
- **La braza**. 1 braza equivale a 4,15545 m^2

Dándose entre ellas las siguientes relaciones:

- 1 hanegada equivale a 4 cuartones o 200 brazas.
- Un cuartón equivale a 50 brazas.

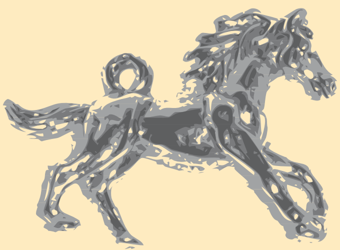
Existen también otras medidas agrarias como por ejemplo el jornal. En muchas comarcas de España el jornal era la superficie de terreno que se podía trabajar en una jornada, ya fuera cavando, labrando o sembrando. La equivalencia en metros cuadrados es muy dispar, ya que si es cavando puede ser de unos 400 m^2 y si es labrando puede llegar hasta los 6.000 m^2.

7.1. Un terreno tiene una superficie de 15 hanegadas, 4 cuartones y 2 brazas.
a) Expresa la superficie en brazas. b) Lo mismo en cuartones.

7.2. Un terreno tiene una superficie de 5 hectáreas, 27 áreas y 30 centiáreas. Expresa la superficie en m^2.

7.3. Manolo tiene un terreno cuya superficie es de 3,2 hanegadas, 2,25 cuartones y 4,3 brazas; en cambio, el terreno de Santiago tiene una superficie de 0,5 hectáreas, 5,5 áreas y 10,3 centiáreas. a) ¿Quién tiene más terreno? b) ¿Cuántas veces es mayor el terreno de uno que el del otro?

7.4. Un agricultor dispone de un terreno que tiene una superficie de 20 hanegadas, 1 cuartón, 16 brazas y 3,9 centiáreas. Expresar la superficie de este terreno en m^2.



7. MEDIDAS AGRARIAS ANTIGUAS

7.5. La forma del terreno citado en la actividad anterior, se puede decir que es prácticamente cuadrangular. Por tanto, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

7.6. Actualmente el terreno se encuentra sin cultivar. El propietario del terreno ha decidido plantar naranjos. La plantación se realizará de la siguiente manera: Los árboles que se encuentran en las primeras filas, se situarán a 2 metros de los límites del terreno (para que al crecer no invadan los límites de los terrenos colindantes). En cada fila los naranjos deben estar separados 2 metros entre sí y, dos hileras de naranjos están separadas 3 metros. ¿Cuántos naranjos necesitará el propietario? ¿Cuántos naranjos necesitará por hanegada? ¿Y por hectárea?

7.7. El agricultor ha pedido a un técnico agrícola que le facilite las cantidades de fertilizante que tiene que aportar al terreno. El técnico le ha recomendado que aporte las siguientes cantidades:
Urea: 70 kg/ha.
Fosfato amónico: 15 kg/ha.
Nitrato Fosfórico: 100 kg/ha.
A tenor de los datos facilitados por el técnico. ¿Cuántos kg. de cada fertilizante deberá aportar al terreno el agricultor?

7.8. El técnico aconseja al propietario del terreno que, además de los fertilizantes, debería realizarle un aporte de materia orgánica, no sólo para enriquecer de N al terreno y pueda ser absorbido por el cultivo, sino también para mejorar la estructura del suelo, aumentando su porosidad. Según el técnico se debería aportar 20 Toneladas/ha. de humus (procedente de la materia orgánica). Este humus se obtendrá a partir del estiércol de ovino (aprovechando la existencia de una granja de ovino cerca del terreno). Según la información que dispone el propietario, el estiércol de ovino contiene un 35% en humus. Con estos datos, ¿cuántas toneladas de estiércol de ovino deberá adquirir el propietario?

7.9. El propietario de la finca está dispuesto a comprar un terreno que linda con el suyo. Este terreno tiene una superficie de 5 hanegadas, 2 cuartones, 20 brazas y 2 centiáreas. De adquirir este terreno, ¿en qué porcentaje aumentaría la superficie inicial que poseía el propietario? Nota: utiliza los datos de la 4ª actividad.

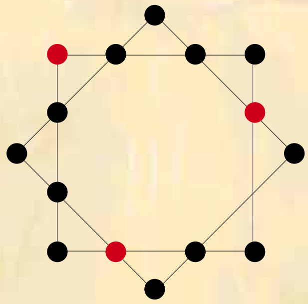
7.10. El propietario ha oído decir que se ha aprobado una directiva europea, por la cual todo propietario que disponga como mínimo de una superficie de 30 hanegadas de terreno y acredite una dedicación exclusiva a la agricultura, recibirá importantes subvenciones para el cultivo. En el caso de que el agricultor adquiera el terreno mencionado en la actividad anterior, ¿cuántos cuartones necesitaría adquirir más para ser acreedor a esas subvenciones? y, ¿en qué porcentaje incrementaría de nuevo el terreno?

8. PASATIEMPOS Y AL-ANDALUS

En esta sección vas a realizar diferentes juegos que ayudarán:

a) A conocer algo más la gran influencia que tuvo para la Ciencia y la Cultura en general la presencia árabe en estas tierras. Gracias a ellos se introdujo en España el sistema decimal de posición, la geometría y astronomía griega, así como los fundamentos del álgebra. Pero su influencia fue también muy importante en otros campos como la Medicina, Filosofía, etc.
b) A recordar conceptos y reglas de cálculo que manejas constantemente en la asignatura de Matemáticas.
c) A pensar, hacer conjeturas, investigar e incluso en alguna actividad que exija más trabajo, a compartirlo con tus compañeros y compañeras aprendiendo a trabajar en equipo.

8.1. En la Córdoba andalusí la figura geométrica característica es el octógono regular que da origen al llamado "número cordobés".



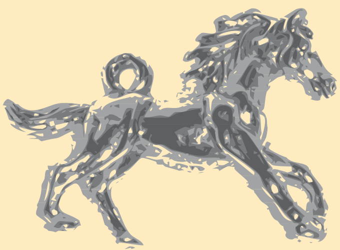
En la estrella de ocho puntas en la que aparece la figura de un octógono hay que sustituir los círculos por números del 1 al 16 para que la suma de cada uno de los lados de los cuadrados que aparecen sea siempre 34.

Como ayuda te indicamos que los números de los círculos rojos están extraídos de AL-ANDALUS:
Son el número de palabras, el número de letras y el número de veces que aparece la vocal repetida.

8.2. En los 12 bancos de piedra de una plaza andaluza se había escrito con teselas 12 nombres que hacían referencia al apogeo árabe en estas tierras cuando se denominaba Al Andalus. Alguna persona civilizada y amante de la cultura y las tradiciones había arrancado las vocales de esas palabras.
Un grupo de alumnos y alumnas de un Colegio cercano encontraron las piezas y se propusieron reconstruir las palabras.

M		Z	Q			T			
	S	T	R		N		M		
G	R		N		D				
	Z		R	Q				L	
	L	H		M	B	R			
	L	G		R		T	M		

	L	G		B	R		
F	R		S				
	V		R	R			S
C		R	D		B		
M		S			C		
	V		C		N		



8. PASATIEMPOS Y AL-ANDALUS

Las 44 letras encontradas son A (19), E (6), I (7), O (10) y U (2).

a) Intenta hacer el trabajo realizado por esos chicos y chicas si es necesario ayudándote con un diccionario.

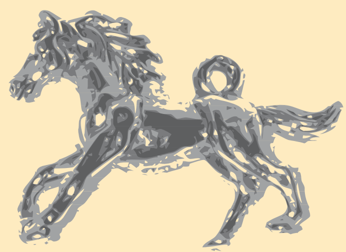
b) Una vez encontradas las palabras escribe, ayudado por el diccionario o por internet, alguna frase explicativa de las palabras reconstruidas.

8.3. SOPA DE LETRAS

En esta sopa de letras tenemos que encontrar 13 palabras. Para ello hay que completar las cuestiones que se encuentran debajo:

O	I	M	O	N	I	L	O	P	A	I	M	A	R
R	D	A	R	I	N	V	E	R	S	A	S	M	A
E	E	T	M	E	D	I	A	T	R	I	Z	O	M
J	N	C	I	R	C	U	L	O	I	M	A	S	O
A	T	E	R	M	I	N	O	S	A	K	O	A	N
C	I	R	C	U	N	F	E	R	E	N	C	I	A
O	D	E	T	N	E	I	D	N	E	P	H	C	O
L	A	N	O	I	C	A	R	N	R	S	O	O	T
A	D	E	I	N	F	I	N	I	T	A	S	T	A

1. El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto recibe el nombre de ....
2. La recta perpendicular a un segmento y que pasa por su punto medio se llama ....
3. Una región plana recubierta de losetas poligonales yuxtapuestas, de forma que ni se solapan ni dejan huecos entre sí se denomina ....
4. La porción de plano situado en el interior de una circunferencia recibe el nombre de ....
5. El número de albañiles que trabajan en una obra y el tiempo que tardan en acabar la obra, son magnitudes ....
6. La igualdad: $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ recibe el nombre de ....
7. La expresión: $2x + 3y +6 = 0$ representa la ecuación de una ....
8. El resultado de la expresión: $2^5:2^2+3^0-2\cdot 2^{-1}$ es: ....
9. Los números: 2, -5, 5/3 además de números reales son números ....
10. En la ecuación de la recta: $y= 2x +3$, el número 2 representa la .... de la recta.
11. La expresión: $x^4 +3x^3+2x^2+3x+2$ representa un ....
12. La ecuación: $0x = 0$ presenta .... soluciones
13. La expresión: $2x^2+3x+5$ consta de tres ....



9. LA BARRACA VALENCIANA

La feraz huerta valenciana, que se extiende a lo largo de la costa, desde Carcagente hasta Sagunto, tiene zonas, como la de La Albufera, de características muy acusadas. La vivienda rural es la barraca, y en ella podemos distinguir los siguientes tipos: la barraca de huertanos, en la huerta propiamente dicha; la de pescadores, en la playa, y en La Albufera las dos modalidades.

El clima de Valencia y la fertilidad de sus tierras permiten varias cosechas al año, con un sistema de explotación intensiva que precisa una constante atención. Este es el motivo de que el huertano construya su vivienda al pie de su parcela, empleando, casi únicamente, con sentido de la máxima economía, los materiales que brinda la naturaleza: cañas, barro, juncos y carrizos.

La barraca de la huerta responde a un tipo muy definido, que apenas ha sufrido variación con el paso del tiempo. Es de planta rectangular, de unos 9 x 5,50 m., y cubierta a dos aguas con caballete perpendicular a la fachada —casi siempre orientada al mediodía—, que está en uno de los lados menores.

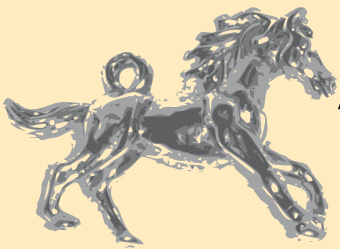
La distribución es siempre parecida: una puerta, situada a un lado de la fachada, da acceso a un amplio paso, que recorre toda la longitud de la barraca y termina con otra puerta en la fachada opuesta, para facilitar la circulación de aire. Este corredor sirve de cocina, estancia y almacén de aperos.

En la otra crujía se distribuyen los dormitorios, generalmente tres. Al desván o andana, que antiguamente se destinaba a la cría de gusanos de seda, se sube por una escalera de mano.

Las paredes, de unos 2,50 m. de altura, se hacen con adobes, llamados gasons, que se colocan en asta entera o en media asta, según la economía que se persiga.

La cumbrera de la cubierta se remata con una cruz de madera en cada extremo. De este remate en cruz se ha escrito que, en el siglo XVI, pregonaba la calidad de cristianos viejos de los moradores de la barraca, frente a las habitadas por moriscos. Pero no hay pruebas suficientes para mantener esta teoría y, al parecer, se trata simplemente de un símbolo piadoso.

9.1. a) Hace unos días, Pedro preguntó a un hombre del campo sobre la antigüedad que tenía una barraca situada en un huerto, en las afueras de su ciudad. Pedro no se acuerda exactamente de los años que le dijo el hombre que tenía la barraca, pero si recuerda que era un número par, menor de 200 y, que era un múltiplo de 9 y 11.
Ayuda a Pedro a recordar este número.



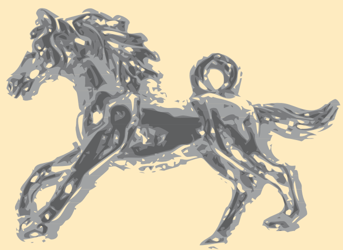
9. LA BARRACA VALENCIANA

b) Pedro se ha enterado de una cosa curiosa que sucede en la barraca. Parece ser que el propietario de la barraca, el Sr. Martínez, llegó a un acuerdo con su mujer y con su hijo para que los tres utilizaran la barraca como lugar de reunión con sus respectivos amigos/as, evitando en lo posible coincidir los tres. El Sr. Martínez se reúne con sus amigos cada 8 días, su mujer lo hace con sus amigas cada 12 días y su hijo queda con sus amigos cada 15 días. Hace unos días los tres se llevaron una sorpresa: ¡Padre, madre e hijo coincidieron el mismo día en la barraca!
A partir de ese día la pregunta que se hacen es cuándo volverán a coincidir. ¿Lo sabes tú?

9.2. El propietario de la barraca ha decidido asegurarla. La prima anual de una compañía de seguros es el 5% del valor asegurado.
a) ¿Cuál es la prima de la barraca si el valor asegurado es de 1.200 euros?
b) Si la prima se actualiza en un 2% cada año. ¿Cuál será la prima dentro de 5 años?

9.3. Esta barraca tiene base rectangular. Una de sus dimensiones, en concreto su longitud, es de 9,5 metros.
a) Calcula la otra dimensión sabiendo que ésta representa las 3/5 partes de la longitud de la barraca.
Como se observa en el dibujo de la barraca, en su parte delantera, tiene una puerta rectangular y dos ventanas también rectangulares, una más grande que la otra. Las dimensiones de la puerta y de la ventana más grande están en la proporción 3:2 (3/2) y esta misma relación se da entre la ventana grande y pequeña. Sabiendo que las dimensiones de la puerta son: 198 cm. x 90 cm.
b) Calcula las dimensiones de las dos ventanas.
c) Halla la relación existente entre las áreas de las dos ventanas. ¿Qué observas?

9.4. a) Calcula la superficie lateral de la barraca, así como su volumen, teniendo en cuenta las dimensiones de la barraca obtenidas anteriormente y sabiendo que las paredes tienen una altura de 2,5 m., siendo ésta también la distancia a la que se encuentra la cumbrera respecto del piso en la andana.
b) El propietario ha decidido encalar la barraca. ¿Cuántos botes de un 1 kg. de pintura se necesitarán si con un bote se puede encalar 10 m^2 de pared (después de darle varias pasadas)?
Nota: ten en cuenta que ni la puerta, ni las ventanas ni el tejado se encalan.
c) Si lo que vale el kg. de pintura en euros coincide con el máximo común divisor de 6 y 15, ¿cuánto costará encalar la barraca?



10. LA CLEPSIDRA: RELOJ DE AGUA

La necesidad de saber la hora aún en los días nublados y por la noche, preocupó ya desde muy antiguo. Los relojes de agua se basaron en la regularidad del descenso de la superficie de un líquido contenido en un recipiente con un orificio pequeño de salida.

Hacia el **850**, ya existía en la ciudad islámica de Córdoba en al-Ándalus, un ambiente científico y cultural tan intenso como para producir individualidades de la talla de **Abbás Ibn Firnás**. Este hombre, dotado de un espíritu que recuerda al de los genios del Renacimiento italiano, había construido en su casa lo que puede pasar por ser el primer planetario de la historia del mundo. Se trataba de una habitación dentro de la que estaban representadas las constelaciones, los astros y los fenómenos meteorológicos. Las escasas reseñas que quedan de este planetario señalan que **Ibn Firnás** lo había dotado de mecanismos tales que el visitante quedaba sobrecogido por la aparición de nubes, relámpagos y truenos entre las cuatro paredes de la habitación, efectos especiales que hoy hubieran despertado la envidia de los técnicos de Hollywood y Disneylandia.

Ibn Firnás también construyó una clepsidra (reloj de agua) dotada de autómatas móviles con la que se podía conocer la hora en los días y noches nublados, e introdujo en al-Ándalus la técnica del tallado del cristal.

Vas a construir un recipiente cilíndrico que te sirva de "reloj de agua". Para ello debes conocer las características del cilindro y sus propiedades.

10.1. ¿Cuál es la fórmula del volumen de un cilindro?

10.2. Un recipiente cilíndrico debe contener 1,5 litros de agua. ¿Cuántos cm^3 son 1,5 litros? Si el radio de la base mide 5 cm., ¿qué altura debe alcanzar el recipiente?

10.3. Si se reduce a la mitad la altura, ¿qué deberá medir ahora el radio? ¿Y si se hace el doble? Calcula las dimensiones cuando la altura sea igual al diámetro.

10. LA CLEPSIDRA: RELOJ DE AGUA

10.4. Una vez lleno el recipiente hacemos un pequeño agujero en el centro de su base de manera que pierde 125 cm^3 por minuto. ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse? Si queremos que se vacíe en 3 minutos, ¿qué debemos hacer? ¿Qué cantidad de agua debe salir por minuto?

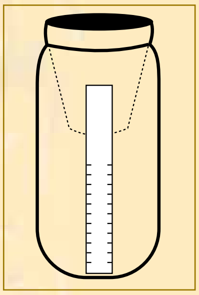
10.5. Queremos que nos sirva de cronómetro. Para ello debemos hacer unas marcas en la pared del recipiente que nos indiquen cada minuto que pasa. ¿A qué distancia hay que señalar las marcas en cada caso?

10.6. Ahora estás en condiciones de construir tu propia "clepsidra":

a) Coge una botella y con cuidado corta la parte superior para poder colocar un vaso como se indica en la figura.

b) Pega una tira vertical de papel adhesivo marcando en centímetros la altura de la botella.

c) Haz un pequeño agujero en la parte inferior del vaso y vierte agua él.



d) Mientras lo haces, intenta mantener siempre el vaso medio lleno (así siempre saldrá el agua de manera uniforme) tu compañero/a cada 30 segundos anota sobre la tira graduada la altura del agua.

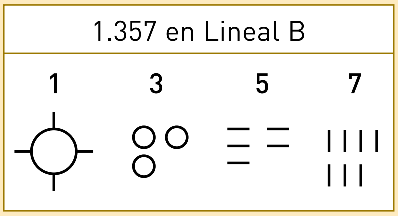
Hacedlo durante 5 minutos y luego pegad otra tira al lado y haced la marca cada minuto.

FICHAS DE TRABAJO. ÍNDICE DE CONTENIDOS		
ACTIVIDAD	BLOQUE	CONTENIDOS
1. Escribiendo números minoicos	-Aritmética y álgebra	-El sistema de numeración decimal -Operaciones con números enteros
2. ¿Hace cuánto tiempo?	-Aritmética y álgebra	-Operaciones con números enteros -Ordenación y representación de números enteros
3. ¿Cuánto duró?	-Aritmética y álgebra	-Operaciones con números enteros -Magnitudes directamente proporcionales
4. La Esfinge	-Aritmética y álgebra	-Criterios de divisibilidad
5. Desarrollo comercial	-Aritmética y álgebra	-M.C.D. y m.c.m. de números naturales
6. ¿Cuánto voy a tardar?	-Aritmética y álgebra	-El sistema métrico decimal -Magnitudes directamente proporcionales -Aproximaciones y redondeo
7. Qué forma tiene la caja de Pandora	-Geometría	-Cálculo de áreas y volúmenes -Elementos básicos de un triángulo rectángulo -Teorema de Pitágoras
8. Terremotos	-Análisis	-Interpretación de tablas de valores -Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales
9. El minotauro	-Aritmética y álgebra	-Números primos
10. El nacimiento de Artemisa y Apolo	-Aritmética y álgebra	-Operaciones con números naturales -Magnitudes directamente proporcionales -Operaciones con fracciones

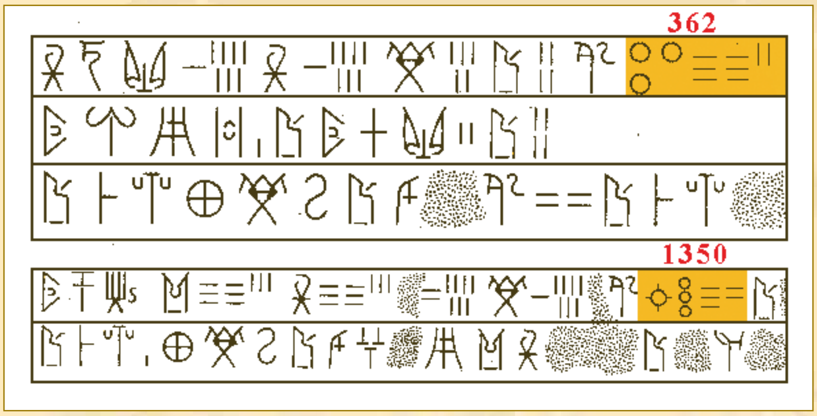
1. ESCRIBIENDO NÚMEROS MINOICOS

El sistema de escritura cretense más reciente fue el llamado Lineal B de tipo silábico, en el que se escribía horizontalmente de izquierda a derecha, en el que se incluía un sistema de numeración llamado, también, Lineal B y se desarrolló entre el 1350 y el 1200 a.C.

Hay signos para las unidades (líneas verticales cortas), las decenas (líneas horizontales), las centenas (círculos) y los millares (círculos con rayas).



El descubridor del sistema numeral del Lineal B fue un arqueólogo inglés, llamado Arthur Evans, a principios del siglo XX. Debajo tenemos dos ejemplos de números como aparecen en las tablillas del Lineal B:



1.1. Escribe ahora tú los siguientes números en el sistema de numeración Lineal B:

79 840 1.274 9.999

1.2. ¿Falta alguna cifra? ¿Crees que es útil este sistema de numeración? ¿Por qué? ¿Cuánto duró el desarrollo de este sistema de numeración?

2. ¿HACE CUÁNTO TIEMPO?

Hace mucho tiempo, se desarrollaron en la cuenca del mar Egeo unas importantes civilizaciones en las que sucedieron destacados hechos históricos, que nos han influido hasta ahora. Así:

- La singular cultura a la que se da el nombre de minoica no empieza a desarrollarse hasta el año 2000 a.C. Comienzan a emplearse los vehículos con ruedas; los alfareros elaboran primorosas vasijas policromas de textura frágil y dibujo brillante.

- Aproximadamente, hacia el 1450 a.C. tocó a su fin la civilización minoica.

- El primer sistema de escritura de esta civilización comenzó a desarrollarse en el 2500 a.C., era jeroglífico y constaba de 135 símbolos.

- En la época moderna ha habido un gran interés por la Grecia preclásica, por lo que se desarrollaron distintas excavaciones realizadas por H. Schliemann, que se iniciaron: en Troya y en Micenas en 1874 d.C., y en Orcomenos y en Tirinto en 1880 d.C.

- Hacia el 750 a.C., Homero compone "La Iliada" y "La Odisea", ambientadas en la Grecia preclásica.

2.1. ¿Serías capaz de saber cuánto tiempo hace que sucedieron estos acontecimientos?

2.2. Relaciona cada acontecimiento histórico con un número entero.

2.3. Ordénalos de menor a mayor y represéntalos en la recta real.

3. ¿CUÁNTO DURO?

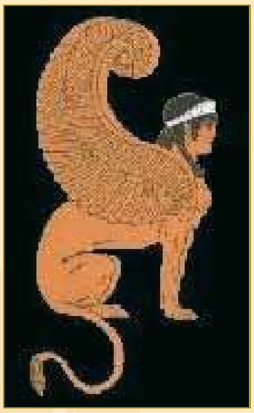
Entre el 2600 a.C. y el 1200 a.C. se desarrolló una civilización que tuvo como centro la isla de Creta y de la que hasta principios del siglo XX se creía que formaba parte de leyendas mitológicas, pues debido a desastres naturales y a invasiones de otros pueblos, desapareció todo vestigio de civilización.

Hubo distintos periodos importantes en estos pueblos. ¿Serías capaz de calcular cuánto duró cada uno de ellos? Construye una tabla cronológica otorgando a cada periodo un área proporcional a su duración.

- El Período prepalaciego duró del 2600 al 2000 a.C.
- El Período palaciego primero duró del 2000 al 1700 a.C., en el que se construyeron los palacios de Cnosos, Malia y Festo.
- El Período palaciego segundo duró del 1700 al 1300 a.C., en el que se construyeron el nuevo palacio de Festos, el de Zakro, Hagia Tríada y Gurniá.
- El Período postpalaciego duró del 1300 al 1200 a.C.

4. LA ESFINGE

La mitología cuenta que la Esfinge era un monstruo femenino al que se le atribuía rostro de mujer; pecho, patas, y cola de león; y además tenía alas como un ave de rapiña. La esfinge estaba situada en una roca a la entrada de Tebas, y desde allí devoraba a todos los viajeros que no eran capaces de resolver sus enigmas. Edipo fue el único capaz de superar el reto.



El primero que le planteó fue: ¿Cuál es el ser que anda primero con cuatro patas, luego con dos, y después con tres patas? La respuesta es el Hombre, pues gatea cuando niño, camina de adulto y de viejo anda con bastón.

El segundo fue: Hay dos hermanas una de las cuales engendra a la otra, y ésta a su vez engendra a la primera. La respuesta al segundo son el día y la noche, pues el día en griego es femenino.

La Esfinge ante la respuesta de Edipo, desesperada se arrojó al vacío.
Ahora debes ser tú el que resuelva el enigma que te presentamos:

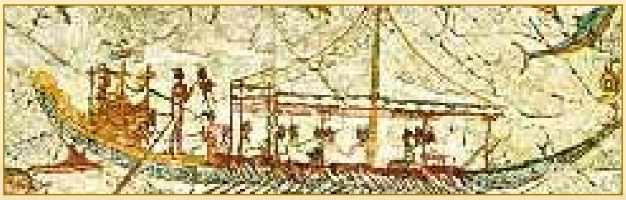
4.1. “Tienes una hueste de 18.612 hombres, vas a entrar en batalla y debes distribuirlos en grupos para que el ataque sea más efectivo. ¿Podrías dividirla en dos grupos iguales? ¿Y en 3? ¿Y en 6? ¿Y en 4? ¿Y en 5? ¿Y en 9? ¿Y en 11? ¿Y en 33?”

Recuerda que debes darte prisa pues la esfinge se pone nerviosa, y que no puedes usar medios tecnológicos que entonces no existieran.

5. DESARROLLO COMERCIAL

La civilización minoica desarrolló una gran flota comercial gracias, sobre todo, a la paz reinante y a la especialización laboral, apareciendo gremios como los de tejedores, curtidores, alfareros, orfebres, etc.

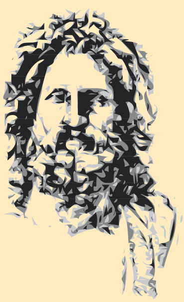
Su área comercial se expandió por todo el Mar Egeo, lo que produjo su extensión cultural y la posterior influencia en las distintas civilizaciones desarrolladas en estas zonas geográficas.



Resuelve los siguientes problemas que le podrían haber surgido a cualquier habitante de aquella época:

5.1. El barco que vende telas visita Melos cada 20 días. El barco que vende jarrones la visita cada 45 días. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán? Si la última vez que coincidieron fue el 1 de Marzo y nos interesa aprovechar el viaje al puerto y comprar telas y jarrones al mismo tiempo, ¿qué día debo acercarme, sabiendo que me corre prisa comprarlas?

5.2. He comprado un trozo de tela de 280 cm. de largo por 60 cm. de ancho. Si quiero hacer servilletas cuadradas con ella, ¿cuál es la mayor medida que le puedo dar a las servilletas aprovechando toda la tela? ¿Cuántas servilletas obtendré?



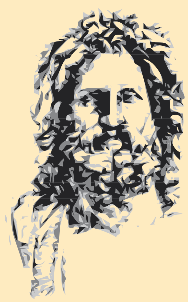
6. ¿CUÁNTO VOY A TARDAR?

Los habitantes de Creta fueron grandes navegantes y, por supuesto, les importó sobremanera las distancias entre las distintas islas y ciudades más importantes, pues era fundamental para su subsistencia conocer estos datos.

6.1. Según el siguiente plano, calcula la distancia en kilómetros de Cidonia a: Troya, Atenas, Melos, Rodas, Ítaca y Jolkos.

Indica los anteriores resultados en metros y en decímetros.

6.2. Si quisiéramos realizar un plano escala 1:5.000.000. ¿Cuántos centímetros separaría a Cidonia de las anteriores ciudades?



7. QUÉ FORMA TIENE LA CAJA DE PANDORA

Zeus se disgustó con Prometeo por darle el fuego a los hombres, ya que con él podrían compararse con los dioses. Como castigo, Zeus creó a Pandora (que significa "todos los dones"), una mujer que le haría sufrir como hombre, ya que no podría vivir con ella, ni sin ella. Prometeo, que intuyó la trampa, no la aceptó, pero su hermano Epimeteo se enamoró en cuanto la vió.

Cuando Pandora bajó a la tierra, los dioses le otorgaron regalos, de entre los cuales, destacó una caja que le advirtieron que nunca abriera. Pandora no pudo resistir la curiosidad y abrió la misteriosa caja de la que escaparon innumerables males para el hombre.

7.1. Ayuda a Zeus a fabricar la caja de Pandora, estudiando la superficie de cada caja y sus respectivos volúmenes:

a) Base cuadrada de lado 5 cm. y altura 3 cm.

b) Base triangular de hipotenusa 5 cm. y de cateto 4 cm. y altura 2 cm.

c) Base hexagonal de lado 2 cm. y altura 3 cm.

8. TERREMOTOS

Las Islas Cícladas siempre han estado azotadas por terremotos, lo cual ayudó a que las civilizaciones minoica y micénica desaparecieran en la más singular oscuridad, y que tengamos escasa información acerca de tan importante época cultural, precursora de la Grecia más brillante y fructífera.

Hacia el 1500 a.C., en Tera, cerca de Creta, se produjo un terremoto que sumergió buena parte de la isla. Por este cataclismo colosal y la excelente civilización allí desarrollada, numerosos escritos han relacionado esta zona con la ubicación de la Atlántida, civilización idílica que según cuenta la leyenda desapareció bajo las aguas después de una catástrofe natural, sin dejar ningún tipo de vestigio.

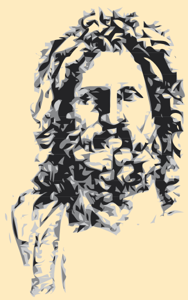
En la actualidad, en las Islas Cícladas, se siguen detectando leves movimientos en la corteza terrestre. Con un sismógrafo se han detectado las intensidades de los terremotos y se ha construido la siguiente tabla:

Meses	Enero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Octubre	Noviembre	Diciembre
Intensidad	0,5	1,1	0,3	0,7	0,2	1,2	0,6	0,8	0,8	1

8.1. ¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente?

8.2. Representa gráficamente la tabla anterior. ¿Se pueden unir los puntos? ¿Por qué?

8.3. A la vista de la gráfica haz una descripción de la misma a lo largo de los meses de este año.



9. EL MINOTAURO

El minotauro es un ser mitológico con cabeza de toro y cuerpo de hombre, que el rey de Creta Minos encerró en un laberinto y se alimentaba con jóvenes víctimas humanas.

Como venganza por la muerte de su hijo, el rey obligó a la ciudad de Atenas a entregarle jóvenes con los que alimentar a este monstruo, con la condición de que si uno de ellos conseguía matar al Minotauro y salir del laberinto, Atenas se vería eximida de tan horrible obligación.

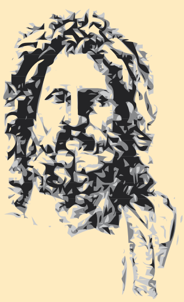
Teseo se ofreció voluntario para ser entregado al Minotauro e intentar acabar con estos sacrificios. Cuando llegó a Creta, Ariadna, hija del rey, se enamoró de él y le ayudó a salir del laberinto dándole un ovillo atado a la puerta del mismo. Teseo mató al Minotauro y fue capaz de salir del laberinto rebobinando el hilo.

9.1. ¿Serás tú capaz de salir del laberinto pasando por casillas que sólo tengan números primos?

Meta

11	4	9	15	48	52	15	64	45	7
8	31	20	32	29	72	56	49	34	43
49	56	29	27	33	37	96	81	42	32
17	15	13	49	21	31	99	63	85	2
19	7	3	5	95	34	13	74	19	35
4	21	27	23	12	11	10	25	17	22
48	81	37	15	19	17	13	14	26	7
34	29	33	21	27	35	7	11	5	10
43	14	75	45	13	15	8	9	4	2
8	10	62	32	45	2	5	23	7	3

Inicio



10. EL NACIMIENTO DE ARTEMISA Y APOLO

Fue famosa la unión del amo del Olimpo, Zeus, con Leto, de la que nacieron Artemisa, diosa de la caza, y Apolo, dios de la luz.

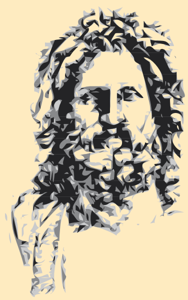
Pero Leto recibió un castigo de Hera, esposa legítima de Zeus: vagar sin descanso en busca de un lugar donde pudiesen nacer sus hijos. Hera había prohibido a todos los sitios "de tierra firme y del mar" que acogiesen a Leto.

A esta definición sólo escapaba la isla desierta de Delos (situada en el centro del Mar Egeo), quizás por la dificultad para acceder a ella debido a las fortísimas corrientes submarinas. Por lo tanto, la pequeña isla decidió acoger a Leto, convirtiéndose posteriormente en el santuario por excelencia del culto a Apolo.

Así, cuando Leto llega a Delos, exhausta, decide buscar una fuente para saciar su sed y atenuar su cansancio, encontrando una que mana 6,5 litros por minuto.

10.1. ¿Podrías decir cuánta agua manará la fuente en un día? ¿Y en una semana?

10.2. Si Leto bebe en un día 1 litro y medio de agua, ¿cuántos vasos de un octavo de litro bebe?

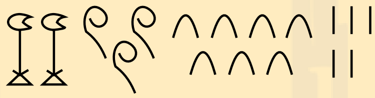


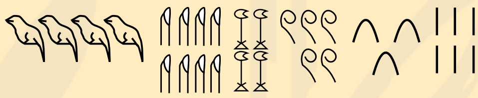
SOLUCIONES

Nota de los autores
Como sucede en multitud de casos en nuestra vida, las soluciones a los problemas no suelen ser únicas. En ocasiones, el método más sofisticado de resolver un problema está basado en la intuición, la experiencia y algunas suposiciones admisibles basadas en la naturaleza del mismo.
Intentaremos cuando sea posible trasladar esta idea a nuestros alumnos y alumnas.

1. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS I

1.1. 3.624 y 2.324.077.

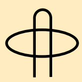
1.2. a) 2.375 = 

b) 484.536 = 

1.3. Toros 400.000 y cabras 1.422.000.

1.4. Por los siete orificios de la cabeza: dos ojos, dos agujeros de la nariz, la boca y las dos orejas.

2. DESCIFRANDO JEROGLÍFICOS II

2.1. a) →  y b) → 

3. HAY QUE REPARTIR EL PAN I

Como pesu = número de panes por cada **heqat** de trigo,

entonces, pesu = $\dfrac{\textbf{nº panes}}{\textbf{nª heqats (trigo)}} = \dfrac{90}{6} = 15$

SOLUCIONES

4. HAY QUE REPARTIR EL PAN II

4.1. Como el pesu del pan es directamente proporcional al número de panes fabricados con cierta cantidad de harina, puede plantearse una regla de tres:

$$\frac{\textbf{(pesu)10}}{\textbf{(pesu)45}} = \frac{100\ \textbf{(panes)}}{\textbf{x(panes)}} \qquad \mathbf{x} = \frac{45 \cdot 100}{10} = 450\ \textbf{panes}$$

4.2. Será pesu $= \dfrac{\textbf{nº panes}}{\textbf{nº heqats (harina)}} = \dfrac{80}{3\frac{1}{2}} = \dfrac{80}{\frac{7}{2}} = \dfrac{160}{7} = 22\,\dfrac{6}{7} \approx 22{,}9$

(con cada heqat se fabrican casi 23 panes).

La cantidad de harina en cada pan:

$\dfrac{\textbf{1 heqat}}{\textbf{nº panes}} = \dfrac{1}{\frac{160}{7}} = \dfrac{7}{160}$ de heqat $= \dfrac{7}{160}$ de 4,8 litros $= \dfrac{7 \cdot 4{,}8}{160}$ 0,21 litros de harina.

5. EL OJO DE HORUS O CÓMO MEDIR LO QUE CABE EN UNA BOTELLA

5.1. 1/64.

5.2. Faltan 3/10.

6. LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES

6.1. La longitud de una cama de 3 codos es 3 · 0,523 m. = 1,57 m. (es una cama muy corta para nuestras necesidades, actualmente, las camas no miden menos de 1,80 m.)

6.2. $\mathbf{A}_{loseta} = (2\textbf{palmos})^2 = 4\textbf{palmos}^2$;
$\mathbf{A}_{habitación} = l^2 = (9\textbf{codos})^2 = (63\textbf{palmos})^2 = 3.969\textbf{palmos}^2$
y el número de losetas es $\dfrac{3.969}{4} = 992{,}25$ losetas.

SOLUCIONES

Si son de 40 cm.; $A_{loseta} = (0{,}4\mathbf{m})^2 = 0{,}16\ \mathbf{m}^2$ y,
$A_{habitación} = l^2 = (9 \cdot 0{,}523\ \mathbf{m})^2 = 22{,}16\ \mathbf{m}^2$ con
nº losetas $= \dfrac{22{,}16}{0{,}16} = 138{,}5$ losetas.

6.3. Hay que expresar la altura en **dedos**. Después hay que dividir entre 4 para convertir los dedos en palmos, y los palmos entre 7 para convertirlos en codos. Como un codo son 523 mm., y en cada codo hay 28 dedos

Por ejemplo, para una altura de 170 cm. = 1.700 mm.:

- 1**dedo** $= \dfrac{523\ \textbf{mm.}}{28} = 18{,}68\ \textbf{mm.}$;
- **nº dedos** $= \dfrac{1.700\ \textbf{mm.}}{18{,}68\ \textbf{mm.}} = 91$**dedos**

91 **dedos** (:4) = 22 **palmos** y 3 **dedos**; 22 **palmos** (:7) = 3 **codos** y 1 **palmo**. Entonces: 170 cm. = 91 **dedos** = 3 **codos**, 1 **palmo** y 3 **dedos**.

6.4. El volumen es 2.574.467 m^3 + 2.080.125 m^3 + 238.875 m^3 = 4.893.467 m^3 y el nº de bloques: $\dfrac{4.893.467}{8} \approx 611.683$

7. EL ESCRIBA SOLO SABE SUMAR PARA REPARTIR

7.1. 24 x 37

1	→	37
2	→	74
4	→	148
8	→	296
16	→	592

No se sigue con la duplicación porque el doble de 16 superaría a 24.

Tras estas duplicaciones sucesivas se observa que 8+16 = 24, es decir, el segundo factor de nuestro ejemplo. Sumando ahora los valores correspondientes a 8 y 16 en la segunda columna, obtendremos el resultado final de la multiplicación: 296+592= 888, es decir, 24 **khet** x 37 **khet** = 888 **setat**.

7.2. 391 : 23 equivale a ¿? x 23= 391

No se sigue con la duplicación porque el doble de 368 superaría a 391.

1	→	23
2	→	46
4	→	92
8		184
16		368

En este caso se obtiene 391 con la suma de las cantidades de la segunda columna (368+23), entonces, la solución es la suma de las cantidades correspondientes en la primera columna (1+16=17), es decir, 391:23=17 hogazas de pan para cada uno.

8. REPARTOS PROPORCIONALES

Si 7 hombres reciben su ración, uno el triple y otro el quíntuplo, supondremos que hay 15 hombres entre los que repartir los 75 panes. Por tanto; 75 : 15 equivale a ¿? x 15 = 75

No se sigue con la duplicación porque el doble de 60 superaría a 75.

1	→	15
2	→	30
4	→	60

En este caso se obtiene 75 con la suma de las cantidades de la segunda columna (60+15), entonces la solución es la suma de las cantidades correspondientes en la primera columna (1+4=5), es decir, 75:15=5 panes para cada esclavo. Pero, al escriba le corresponderá el triple, 15 panes, y al sacerdote el quíntuplo, 25 panes.

1. EL PARTENÓN

Un prisma de base rectangular y la sección de un prisma de base rectangular también.

2. LOS GUERREROS

$$\left.\begin{array}{ll} 30\ \textbf{dam}^3 & \rightarrow 5\ \textbf{meses} \\ \textbf{x dam}^3 & \rightarrow 12\ \textbf{meses} \end{array}\right\} \textbf{x} = \frac{12\textbf{meses} \cdot 30\textbf{dam}^3}{5\textbf{meses}} = 72\textbf{dam}^3 \text{ en un año}$$

En un mes: $72\text{dam}^3:12 = 6\ \text{dam}^3$

En litros consumiría $72{\cdot}10^6\ \text{dm}^3$= 72.000.000 litros al año y por tanto $6{\cdot}10^6\ \text{dm}^3$= 6.000.000 litros al mes.

3. DIÓGENES DE SINOPE

En el segundo 59.

En cada segundo el número de bolas es el doble que el anterior, y la mitad que el siguiente; en el segundo 60 el saco está lleno, la mitad de su capacidad se alcanza en el segundo anterior.

4. ARQUÍMEDES Y LA CORONA DE ORO

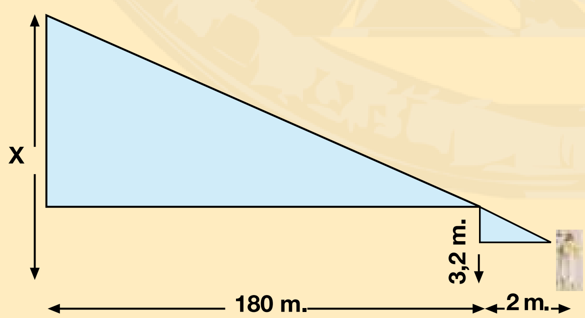
A.- Se derramará más volumen de agua con el cobre.

B.- No tienen el mismo volumen.

5. THALES Y SU TEOREMA

$$\frac{3{,}2 - 1{,}70}{2} = \frac{x - 3{,}2}{180} \rightarrow x = 138{,}2 \text{ m.}$$

Nos basamos en la semejanza de los dos triángulos



6. SOLO ES CUESTIÓN DE FIJARSE

$$\frac{8\ \textbf{m.}}{1{,}0048\ \textbf{m.}} = \frac{\textbf{RADIO km.}}{793{,}8\ \textbf{km.}} \rightarrow \text{Radio} = 6.320\ \text{km.}$$

8. EL CRUCIGRAMA DE HIPATIA

Horizontales:

1. Rosa mide 121 cm. / **3.** Hay 19 números que tienen la cifra 7. / **7.** 13 / **8.** el radio mide 3 cm. / **9.** El la posición central debemos colocar el 1 / **10.** Por tanto, en total tarda 3,640 seg. / **11.** Son verdaderas a), b), d), en total 3.

Verticales:

1. En total 11 cuadrados / **2.** 8 min.+ 60 min. + 60 min. + 3 min. = 131 min. / **4.** 10–9–90; 9–10–90; 15–6–90; 18–5–90; 30–3–90 / **5.** 1+4+4=9 / **6.** Las manecillas del reloj forman un ángulo de 90°. / **7.** 13 / **12.** 34

1	2	1			5
1		3		9	
		1	9		
1	3		0		3
3					
		3		1	
3	6	4	0		3

SOLUCIONES

9. VAMOS A BUSCAR EN LA SOPA DE LETRAS

				G				M											
	N	U	M	E	R	O		A	U	R	E	O							
				E				T			D								S
				C				E				I							D
				I				M					O				S		E
	P	I	T	A	G	O	R	A	S					F			E		M
								T							A		L		I
N	U	M	E	R	O		P	I								N	A		U
								C									T		Q
								A										O	R
								S		A	R	I	T	M	E	T	I	C	A

DIOFANTO GRECIA PITAGORAS **NUMERO PI** MATEMÁTICAS
NUMERO AUREO ARQUÍMEDES TALES ARITMÉTICA

10. EURÍPIDES

Numero de palabras: 122. Palabra que mas se repite: de.

11. PARADOJA

No.

12. EL MUNDO DE HESIODO

Media 11,17° C.

13. TALES Y SUS NEGOCIOS

a) Igual. b) La que lleva la sal. c) 250 €. d) 90 céntimos de euro.

SOLUCIONES

1. LA CIUDAD ROMANA IDEAL

Se disponen de todos los datos para responder. Podrías encontrar hasta 6 caminos de igual longitud lo más cortos posibles.

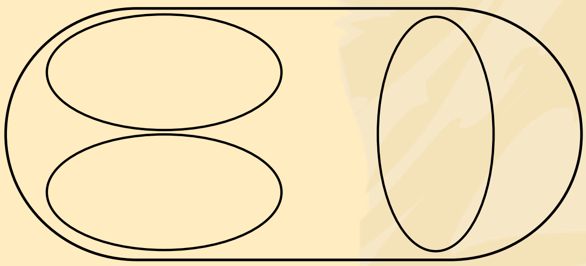
2. EMBALSES Y ACUEDUCTOS

2.1. Cada habitante necesita 10.950 litros de agua al año, luego podría albergar a 152.207 habitantes.

2.2. Si no se quieren complicar, con una regla de tres relacionando habitantes con km^2 de cuenca obtienen 59,13 km^2.

3. LOS ESPECTÁCULOS

3.1. Sólo podríamos construir tres, colocados como indica el dibujo:



3.2. Para partidos nacionales la dimensión del campo de fútbol mínima es de 90 metros de largo por 45 de ancho y en internacionales de 100 por 64. En cualquier caso, aunque el circo es casi el doble que los campos para competiciones nacionales, sólo cabe uno.

3.3. Podemos obtener el aforo realizando múltiples comparaciones, aunque la más razonable parece la del perímetro, que es donde se sitúan los asientos:

- El perímetro de ambas supuestas circunferencias de diámetro $\frac{+}{2}$, arrojaría un aforo de $\frac{310{,}86}{157} \cdot 14.000 = 27.720$ personas.

- La diagonal mayor arrojaría un aforo de $\frac{111{,}5}{61{,}5} \cdot 14.000 = 25.382$ personas.

- La diagonal menor arrojaría un aforo de $\frac{86{,}5}{38{,}5} \cdot 14.000 = 31.454$ personas.

En realidad el aforo del circo solía ser el doble que el del anfiteatro de una misma ciudad.

4. EL PUENTE

4.1. En primer lugar debemos quitar los tres trozos de puente que no tienen arcos. En cada uno de ellos se ahorraron 5 arcos. Cada arco ocupa 6,40 metros + 5 metros del primer pilar de apoyo (el segundo apoyo es común con el segundo arco). Un tramo de 5 arcos tiene una longitud de 11,40 metros x 5 + 5 metros del último apoyo = 62 metros. Los tres tramos miden en total 186 metros y nos quedan 583 metros de puente con arcos divido en dos tramos. Restando los 10 metros que miden los dos últimos apoyos de cada tramo quedarían 573 metros de puente y cada arco ocupa en total 11,40 metros, luego tiene 50 arcos.
Si no tenemos en cuenta los últimos apoyos obtendríamos 52 arcos.

4.2. Tardaría 0,19225 horas; es decir, 11 minutos y 32 segundos.

SOLUCIONES

5. EL TEMPLO

5.1. Como dice que en el interior no hay columnas y suponiendo que la parte que no vemos es igual a la que vemos habrán 24.

5.2. Comparando el número de columnas que ocupan cada una, la parte cerrada es dos veces y media más grande que la terraza.

5.3. Se aprecian 6 escalones, cada uno tiene por tanto 18 cm. de altura (que es la altura estándar de un escalón).

6. LOS NÚMEROS ROMANOS

6.1.

Arábigos	Romanos
7	**VII**
39	**XXXIX**
75	**LXXV**
68	**LXVIII**
109	**CIX**

Romanos	Arábigos
LXXIX	**79**
LI	**51**
XCIX	**99**
XVIII	**18**
3 $\overline{X}$ DXX	**10.520**

6.2. Cornelius vivió 60 años.

7. VIAJE A RODAS

En esta actividad simplemente hay que organizar los datos. Por ejemplo con una tabla representando número de día y a los dos comerciantes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Publio	IDA	IDA	IDA	IDA 5.800	VU	VU	VU	VU	IDA	IDA	IDA	IDA 5.800	VU	VU	VU
Máximo	IDA	IDA	IDA 4.000	VU	VU	VU	IDA	IDA	IDA 4.000	VU	VU	VU	IDA	IDA	IDA 400

SOLUCIONES

Máximo hizo tres viajes y ganó menos dinero pues en el último sólo llevó las 400 que faltaban. En total 4.200 ánforas que le pagaron a 18 sestercios y 4.200 que se las pagaron a 12 sestercios; en total, 126.000 sestercios.
Publio sólo hizo dos viajes, el primero de 5.800 ánforas a 18 sestercios y el segundo otras 5.800 a 12 sestercios; en total, 174.000 sestercios.
Tardaron 15 días en llevar las 20.000 ánforas.

8. CIRCUS MAXIMUS

8.1. Suponemos que el mármol cubre toda la fachada (existen los huecos de los arcos, pero los pilares y el arco también están recubiertos de mármol). Si el alumno elige descontar los "agujeros" de los arcos obtendrá un mayor grosor.

Si consideramos que tiene un diámetro de $\frac{\mathbf{D+d}}{2} = 172$ metros, la superficie del Coliseo es de 27.004 m^2, y obtendríamos un espesor de 37 cm.

8.2. $\frac{300.000\ \mathbf{kg.}}{0,4\ \mathbf{kg.}} = 750.000$ sillares.

9. LA CARRERA HASTA SAGUNTUM

Ninguno de los dos, lo cierto es que llegaron al mismo tiempo.
Cornelius en realidad cabalgaba 12 horas al día a 40 km/h., en un día recorría 480 km.; los 2.000 km. que separaban Roma de Saguntum en 4 días y 4 horas.
Maximiliano navegaba a 15 km/h. las 24 horas del día, en un día recorría 360 km.; los 1.500 km. que separaban por mar Roma de Saguntum en 4 días y 4 horas.

1. LOS IBEROS

1.1.

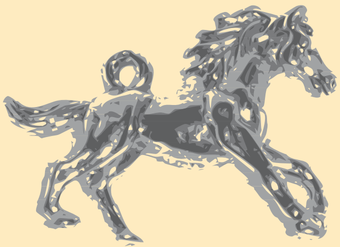
13.2.37.5.2.73.2	FALCATA
37.2.43.5.11.2	LANCEA
73.67.2.17.79.37.2	TRÁGULA
71.2.17.79.43	SAGUN
37.53.67.23.17.2	LÓRIGA
17.2.11.71.79.41	GAUESUM

1.2. a) **p** = $2 \cdot \pi \cdot 30 = 18{,}84$ cm. y **A** = $\pi \cdot 15^2 = 70{,}65$ cm^2.
b) Un círculo tiene de superficie $42{,}39/6 = 7{,}065$ cm^2.
Como $7{,}065 = \pi \cdot \mathbf{r}^2$, el radio vale 1,5 cm. y por tanto el diámetro 3 cm.
c) La anchura de cada corona es de 4 cm. las áreas son:
$\mathbf{A}_1 = \pi(15^2 - 11^2) = 326{,}56$ cm^2 y $\mathbf{A}_2 = \pi(11^2 - 7^2) = 226{,}08$ cm^2
d) Para el escudo romano $2\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = 70{,}65$ y por tanto x = 5,94 cm.
El escudo romano tiene un perímetro de 35,66 cm. casi el doble a pesar de tener ambas figuras la misma área.

1.3. a) El camino más corto de 1.284 km. puede ser M-A-B-E-A-M o M-A-E-B-A-M.
b) El tiempo empleado es 822/100 = 8,22 h. de viaje más 1,5 h. descargando las "damas" son 9,72 h. = 9 h. 43' 12''.

1.4. Debes multiplicar la distancia en línea recta entre cada dos ciudades y expresarla en km.
a) En una escala 1:300.000 se obtiene:

MADRID-ALBACETE	75 mm.	225 km.
ALBACETE-ELCHE	48 mm.	144 km.
ELCHE-BAZA	62 mm.	186 km.
BAZA-ALBACETE	65 mm.	195 km.
BAZA-MADRID	113 mm.	339 km.
ELCHE-MADRID	120 mm.	360 km.



b) Los recorridos realizados por carretera quedan reducidos a 975 km. De todas formas el trayecto M-A-E-B-M es sólo de 894 km. E incluso el trayecto M-A-B-E-M de 966 km también es algo inferior.

c) El tiempo empleado en la avioneta es 994/300= 2,98 h. de viaje más las 3 h. en cada destino son 5,98 h. = 5 h. 58' 48''.

2. MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN EL SIGLO XVI

2.1. Pérez de Moya utiliza los siguientes símbolos:

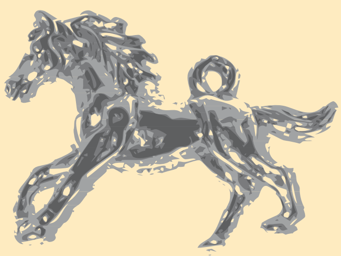
co.	p.	n.	ig.
cosa (x)	más (+)	Número unidad Sin lectura	Igual (=)

Con la notación actual sería: 3x+4(x+5)=69, 7x+20=69 que es la ecuación que aparece en el enunciado. Por tanto la solución es 7.

2.2. En el caso de 3, 5 y 8 hay dos soluciones:

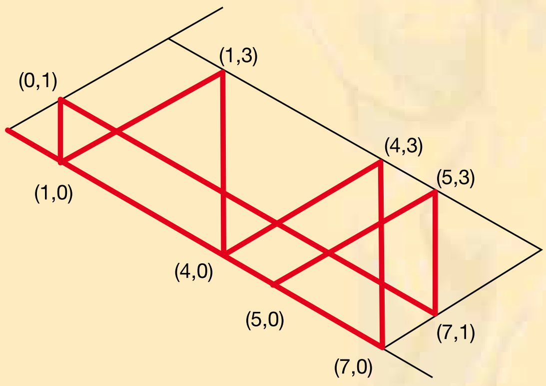
8	8	3	3	6	6	1	1	4	
5	0	5	2	2	0	5	4	4	
3	0	0	3	0	2	2	3	0	
8	8	5	5	2	2	7	7	4	4
5	0	0	3	3	5	0	1	1	4
3	0	3	0	3	1	1	0	3	0

Hay un procedimiento gráfico para resolver problemas de este tipo que, normalmente, lleva a dos soluciones (una larga y otra corta).



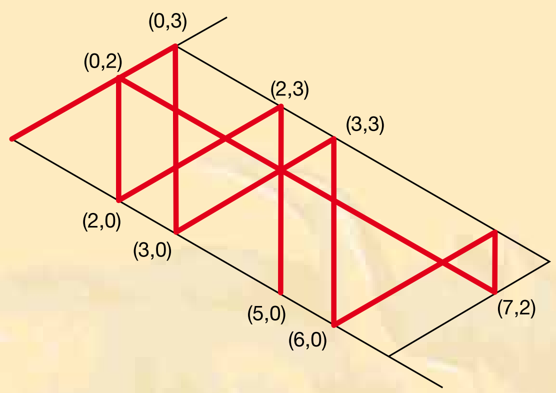
SOLUCIONES

Vamos a explicarlo para el caso 10, 7, 3. A la medida cuya capacidad es siete arrobas la llamaremos X y a la medida cuya capacidad es de tres arrobas Y. Trazamos dos ejes de coordenadas que formen un ángulo de 60 grados; sobre el eje de abscisas X llevaremos 7 divisiones y sobre el de ordenadas Y, 3. En el plano así definido podremos representar el estado de las dos medidas X, Y, mediante un punto cuyas coordenadas sean los respectivos contenidos. Cada trasvase estará representado por un vector cuyo origen y extremo estarán determinados por los contenidos de ambas medidas en sus estados inicial y final, es decir, antes y después de cada trasvase. Los sucesivos trasvases que resuelven el problema formarán una cadena de vectores que unen los puntos siguientes por este orden: (0,0), (7,0), (4,3), (4,0), (1,3), (1,0), (0,1), (7,1), (5,3) y (5,0). Observa que los extremos de los vectores quedan siempre en el perímetro del paralelogramo definido por los vértices de coordenadas (0,0), (3,0), (7,3) y (0,7). El recorrido de los vectores se inicia en el origen de coordenadas, y se comporta igual que un rayo de luz que se fuese reflejando en los lados del paralelogramo como si estos fuesen espejos. Vemos, pues, que el problema se resuelve con 9 trasvases. La segunda solución (que requiere diez trasvases) la obtendríamos mediante el recorrido (0,0), (0,3),... Los números correspondientes a la cantidad a repartir y a las capacidades han de ser primos entre sí, de lo contrario, dividiendo por sus factores comunes, el problema quedaría reducido a otro análogo. Es evidente que la cantidad a repartir ha de



Solución corta: 9 trasvases

1^er^ Ciclo de la E.S.O. Matemáticas, Iberia



Solución larga: 10 trasvases

10	10	3	3	6	6	9	9	2	2	5	
7	0	7	4	4	1	1	0	7	5	5	
3	0	0	3	0	3	0	1	1	3	0	
10	10	7	7	4	4	1	1	8	8	5	5
7	0	0	3	3	6	6	7	0	2	2	5
3	0	3	0	3	0	3	2	2	0	3	0

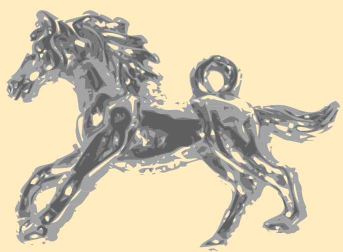
ser siempre par. Siempre que la suma de las capacidades de las dos medidas sea igual a la cantidad a repartir, se observa que el número necesario de trasvases es igual al de la cantidad a repartir (solución larga); la solución corta tiene un trasvase menos. Por ejemplo, con los números 36, 19 y 17 necesitamos 36 y 35 trasvases.

2.3. a)

9	9	5	5	1	1	0	9	6
4	0	4	0	4	0	1	1	4

b)

5/4	0	3/4	3/4	5/4
3/4	**3/4**	0	3/4	1/4



2.4. a)

24	24	19	8	8	8	8	8	8
13	0	0	0	11	13	13	8	8
11	0	0	11	0	0	3	3	8
5	0	5	5	5	3	0	5	0

b) Si consiguen 3 litros de horchata gratis:

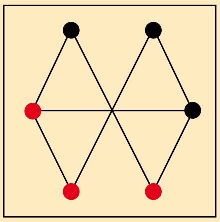
9	9	5	3	3	3	3	3
5	0	0	0	2	5	3	3
4	0	4	4	4	1	1	3
2	0	0	2	0	0	2	0

3. UN JUEGO MEDIEVAL: EL ALQUERQUE

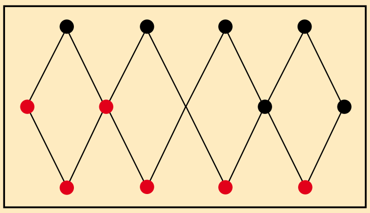
3.1. Cuadrados: 16+4+1+4+1=26 Triángulos: 32+16+4+2=54

3.2. Se puede organizar un campeonato entre los alumnos y alumnas de la clase.

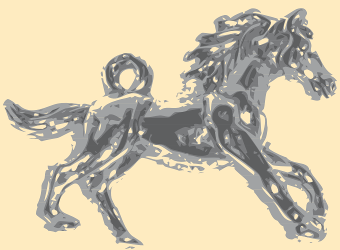
3.3. El tablero mínimo sería el siguiente:



El que sale primero pierde, pues el otro le "come" la ficha y a partir de ahí toda ficha movida por el primero se la "come" el segundo. El siguiente tablero sería:



Se trata de que el alumno/a investigue y contraste sus conclusiones con otros compañeros/as.

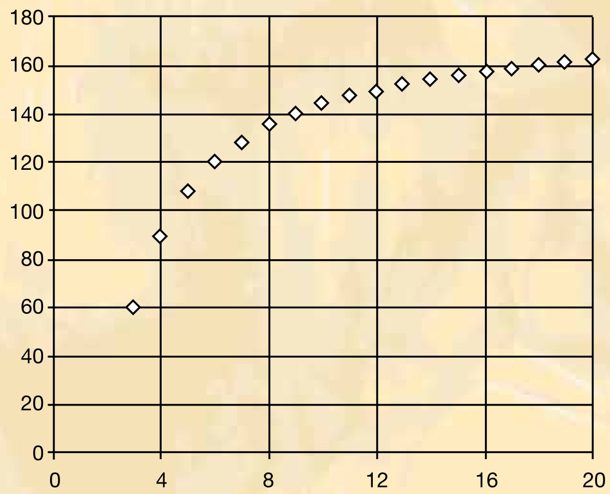


4. PEDRO SÁNCHEZ CIRUELO: POLÍGONOS ESTRELLADOS

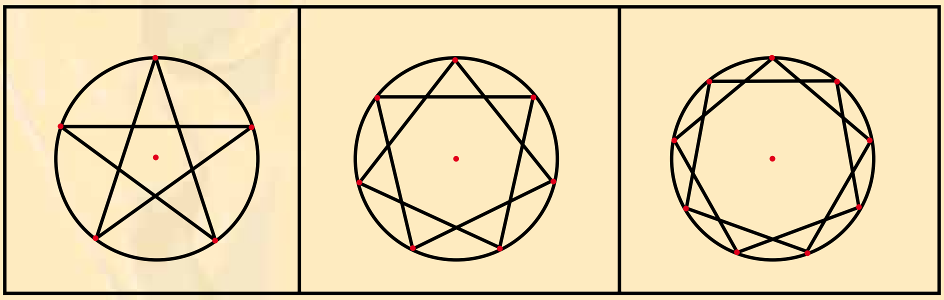
4.1. a) Los polígonos son el pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono y decágono. Sus ángulos interiores valen 108°, 120°, 128,6°, 135°, 140° y 144° respectivamente.

La fórmula es $180 - \frac{360}{n}$ y por tanto para un polígono de 12, 30 y 360 lados el ángulo interior vale 177,5°, 168° y 179° respectivamente.

4.2. La gráfica es la siguiente:



4.3. a) Algunos de los posibles polígonos estrellados son:



Se obtienen polígonos estrellados si n y k son primos entre sí, por ejemplo los arriba representados: {5/2}, {7/2} y {9/2}. Por ejemplo {9/3} daría un triángulo equilátero igual al que se obtendría con {3/1}.

b) {11/6} y {13/7} darían los mismos polígonos estrellados. Habrás observado que {n/k} y {n/(n-k)} generan el mismo polígono.

4.4. a) En el caso de la figura {5/2} el ángulo b=360°/5=72°. Por tanto a=36°. Análogamente para {7/2}, {7/3} y {9/5} los ángulos son 25,7°, 25,7° y 20°.

b) Para el hexágono se obtiene 120° Para el polígono {7/4} ={7/3} se obtiene -25,7° ó 25,7°. Para {8/3} es de 45° y para {10/3} es de 72°.

5. PEDRO NUNES: LA CONSTRUCCIÓN DE UN NÓNIO

5.2. Porque como el nónio mide una unidad menos que la regla, cada unidad del nónio mide 0,1 menos que la de la regla. Si coinciden las rayitas al cabo de tres unidades es porque hemos aumentado 0,3.

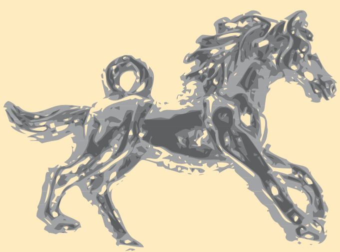
5.4. Si un lado mide x, el otro lado mide 8-x

Área = $\mathbf{x} \cdot (8 - \mathbf{x}) = 12$;

$$8\mathbf{x} - x^2 = 12$$
$$\mathbf{x}^2 - 8\mathbf{x} + 12 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado obtenemos que un lado mide 6 y el otro 2.

5.5. Si un lado mide x y el otro x+1:
a) La ecuación es $\mathbf{x}(\mathbf{x}+1) = 12$ que da $\mathbf{x} = 3$ como solución válida.
b) La ecuación es $\mathbf{x}^2+(\mathbf{x}+1)^2 = 5^2$ que da la misma solución.
Los lados miden uno 3 y el otro 4.

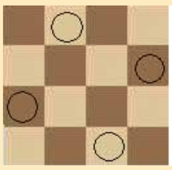


6. LA EVOLUCIÓN DEL AJEDREZ

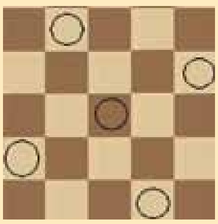
6.1. Para calcularlo tenemos que sumar 1+2+4+8+16+... así hasta 64 términos (las 64 casillas del tablero).
Son las 64 primeras potencias de 2, empezando en 2^0.
Para sumarlas más fácilmente podemos fijarnos en lo siguiente:
1+2= 4-1 (2^2-1)
1+2+4= 8-1 (2^3-1)
1+2+4+8= 16-1 (2^4-1)
Luego: 1+2+4+8+16+32+64+128+.....= 2^{64}-1 =
=18 446 744 073 709 551 615

6.2. **Problema 1:**
1.- Tc3 Rc3, 2.-Te3 #
Problema 2:
1.- Ac4, 2.-Rb1 Ta1, 3.-Ra1 b2, 4.-Rb1 Ca3#.
Este es el famoso mate de Dil-Aram.
Problema 3:
1.- Cg7 Rf7, 2.-Tf1 Rg8 3.-Tf8 Rf8, 4.-C(g7)e6 Rg3, 5.-Tg2 Rf7, 6.-Tg7 Re8, 7.-Ce7 Rd8, 8.-C(c5)e6 Rc8, 9.-b7 Rd7, 10.-Af5#

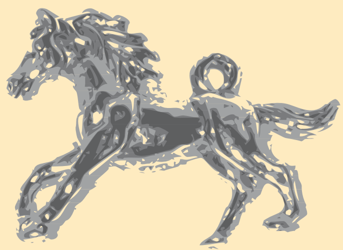
6.3. - En el tablero de 4x4 es suficiente colocar dos reinas para amenazar las 16 casillas.
- Se necesitan tres si el tablero es de 5x5
- Se pueden colocar 4 reinas en el tablero de 4x4 de la siguiente forma:



-En el tablero de 5x5 hay dos formas posibles de colocar las reinas:



6.4. En el primer caso hacen falta 8 movimientos y en el segundo son necesarios 16 movimientos.



7. MEDIDAS AGRARIAS ANTIGUAS

7.1. a) 320 brazas; b) 64,04 cuartones

7.2. 52.730 m^2

7.3. a) Santiago; b) 1,77 veces

7.4. 16.900 m^2

7.5. 130 m. x 130 m.

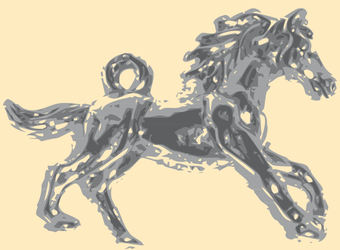
7.6. 2.646 naranjos en total; 130 naranjos por hanegada; 1.566 naranjos por hectárea.

7.7. 118,3 kg. de urea; 42,25 kg. de fosfato amónico 169 kg. de nitrato fosfórico.

7.8. 96,57 toneladas de estiércol.

7.9. 27%

7.10. 16,25 cuartones; 15,6%



8. PASATIEMPOS Y AL-ANDALUS

8.1.

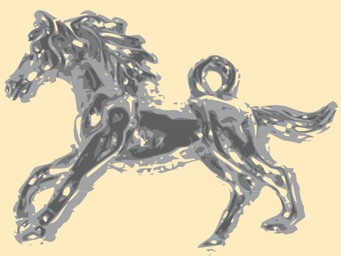
1
2 11 16 5
12 9
10 8
6 7
14 3 4 13
15

8.2.

MEZQUITA	ALGEBRA
ASTRONOMIA	FRISO
GRANADA	AVERROES
AZARQUIEL	CORDOBA
ALHAMBRA	MOSAICO
ALGORITMO	AVICENA

8.3.

O	I	M	O	N	I	L	O	P					
	D	A		I	N	V	E	R	S	A	S	M	
	E	T	M	E	D	I	A	T	R	I	Z	O	
	N	C	I	R	C	U	L	O				S	
	T	E	R	M	I	N	O	S			O	A	
C	I	R	C	U	N	F	E	R	E	N	C	I	A
	D	E	T	N	E	I	D	N	E	P	H	C	
L	A	N	O	I	C	A	R				O	O	
	D		I	N	F	I	N	I	T	A	S		



SOLUCIONES

9. LA BARRACA VALENCIANA

9.1. a) El único múltiplo de 9 y 11 que sea par y menor que 200 es 198.
b) Coinciden cada 120 días que es el MCD(8,12,15).

9.2. a) $1.200 \cdot 0{,}05 = 60$ euros. b) $60 \cdot 1{,}02^5 = 66{,}25$ euros.

9.3. a) $9{,}5 \cdot 3/5 = 5{,}7$ m.
b) Dimensiones de la ventana grande: 132 cm. x 60 cm. y dimensiones de la ventana pequeña: 88 cm. x 40 cm.
c) Las superficies de la puerta, ventana grande y ventana pequeña son 17.820 cm^2, 7.920 cm^2 y 3.520 cm^2 respectivamente. Si dividimos las áreas dos a dos observamos que están en una relación 2,25 = 4/9. Por tanto la razón de semejanza de las áreas es el cuadrado de la de las longitudes.

9.4. a) $\mathbf{A} = 5{,}7 \cdot 2{,}5 \cdot 2 + 9{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}7 \cdot 2{,}5 \cdot 2 + 3{,}79 \cdot 9{,}5 \cdot 2 = 162{,}26\ \mathbf{m}^2$

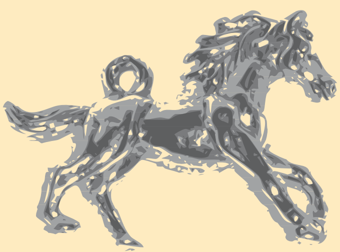
$\mathbf{V} = 5{,}7 \cdot 9{,}5 \cdot 2{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}7 \cdot 2{,}5 \cdot 9{,}5 = 203{,}06\ \mathbf{m}^3$

b) La superficie a encalar es: $90{,}25 - 13{,}222 = 77{,}028\ m^2$. Por tanto necesita 8 botes.
c) Como el MCD(6,15)=3 costará 24 euros.

10. LA CLEPSIDRA: RELOJ DE AGUA

10.1. La fórmula del volumen del cilindro es $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$.

10.2. Como $1.500 = \pi \cdot 5^2 \cdot H$ entonces $H = 19{,}09$ cm.



SOLUCIONES

10.3. Como $1.500=\pi\cdot R^2\cdot 9{,}55$ entonces $R=7{,}07$ cm.
Como $1.500=\pi\cdot R^2\cdot 38{,}18$ entonces $R=3{,}53$ cm.

En consecuencia ni se hace el doble (10 cm.) ni se reduce a la mitad (2,5 cm.); varía bastante menos debido a que no es proporcional (R^2).
Si la altura es igual al diámetro, se tiene que:

$1.500=\pi\cdot R^2\cdot H=\pi\cdot R^2\cdot(2R)=2\cdot\pi\cdot R^3$ y por tanto $R=6{,}20$ cm.

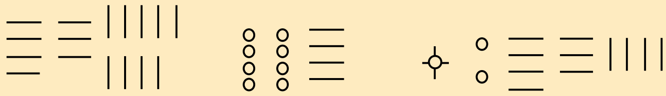
10.4. Como $\frac{1.500}{125}=12$, resulta que cada 12 minutos se vacía. Habrá que agrandar el orificio de salida para que salga 4 veces más de agua por minuto, es decir, 500 cm^3.

10.5. Hay que hacer 12 marcas separadas 1,59 cm. ya que la altura es de 19,09 cm. En el segundo caso serán cada 6,36 cm.

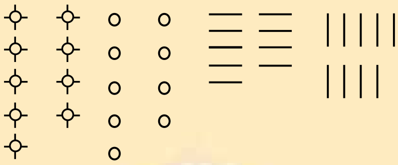
10.6. Dentro de la simplicidad del mecanismo se debe conseguir que las marcas estén aproximadamente espaciadas y en el caso de anotar cada minuto deberán coincidir estas marcas de manera alterna con las marcas anteriores. En la medida que esto ocurra, la "clepsdidra" será más precisa en la medición del tiempo.

1. ESCRIBIENDO NÚMEROS MINOICOS

1.1.



7 9 8 4 0 1 2 7 4



9 9 9 9

1.2. Falta la cifra del cero.
El desarrollo duró 150 años.

2. ¿HACE CUÁNTO TIEMPO?

Suponiendo que estamos en el 2004:

2.1. La civilización minoica se empezó a desarrollar hace 4.004 años.
La civilización minoica tocó a su fin hace 3.454 años.
El primer sistema de escritura de esta civilización se desarrolló hace 4.504 años.
Las excavaciones de H. Schlimenn se iniciaron en Troya y Micenas hace 130 años y en Orcomenos y Tirinto hace 124 años.
Homero compuso "La Iliada" y "La Odisea" hace 2.754 años.

2.2. Inicio de la cultura minoica → -2000
Fin de la civilización minoica → -1450
Primer sistema de escritura minoica → -2500
Excavaciones → +1874 y +1880
Iliada y Odisea → -750

2.3. -2.500←-2.000←-1.450←-750←1.874←1.880

SOLUCIONES

3. ¿CUÁNTO DURÓ?

El Periodo prepalaciego duró 600 años.
El Periodo palaciego primero duró 300 años.
El Periodo palaciego segundo duró 400 años.
Periodo postpalaciego duró 200 años.

4. LA ESFINGE

4.1. El número 18.612 es divisible por 2, por 3, por 6, por 4, por 9, por 11 y por 33, y no lo es por 5, según los distintos criterios de divisibilidad.

5. DESARROLLO COMERCIAL

5.1. mcm(20,45)= 180. Los barcos coincidirán cada 180 días. Si han coincidido el 1 de Marzo, la siguiente vez que coincidirán será el 27 de Agosto.

5.2. MCD(60,280)=20. Las servilletas serán de 20 por 20 cm., y podremos hacer en total 42 servilletas.

6. ¿CUÁNTO VOY A TARDAR?

6.1. La distancia entre Cidonia y Troya, aproximadamente, es 654 km., 654.000 en m. y 6.540.000 en dm.
La distancia entre Cidonia y Atenas, aproximadamente, es 330 km., 330.000 en m. y 3.300.000 en dm.
La distancia entre Cidonia y Melos, aproximadamente, es 177 km., 177.000 en m. y 1.770.000 en dm.
La distancia entre Cidonia y Rodas, aproximadamente, es 415 km., 415.000 en m. y 4.150.000 en dm.
La distancia entre Cidonia y Ítaca, aproximadamente, es 508 km., 508.000 en m. y 5.080.000 en dm.
La distancia entre Cidonia y Jolkos, aproximadamente, es 540 km., 540.000 en m. y en 5.400.000 en dm.

6.2. Según la escala 1:5.000.000:
La distancia entre Cidonia y Troya es de 13 cm.
La distancia entre Cidonia y Atenas es de 6,6 cm.
La distancia entre Cidonia y Melos es 3,5 cm.
La distancia entre Cidonia y Rodas es 8,3 cm.
La distancia entre Cidonia y Ítaca es 10,2 cm.
La distancia entre Cidonia y Jolkos es 10,8 cm.

7. QUE FORMA TIENE LA CAJA DE PANDORA

7.1. a) La caja de base cuadrada ocupa un volumen de 75 cm^3 y tiene una superficie total de 110 cm^2.

b) La caja de base triangular ocupa un volumen de 12 cm^3 y tiene una superficie total de 36 cm^2.

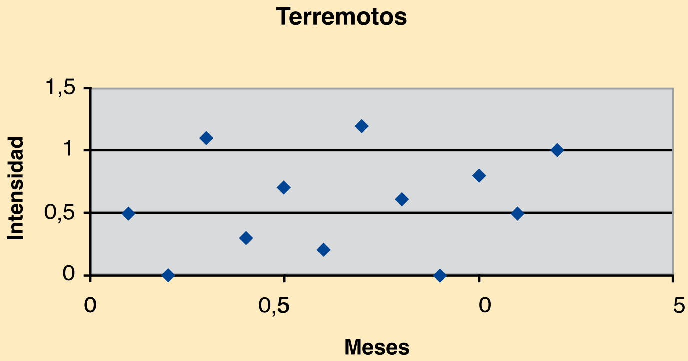
c) La caja de base hexagonal ocupa un volumen de $18\sqrt{3}\ cm^2$ y tiene una superficie total de $12(\sqrt{3}+3)cm^2$.

8. TERREMOTOS

8.1. La variable independiente corresponde a los meses y la variable dependiente a la intensidad de los terremotos.

8.2. No se pueden unir los puntos.

8.3. Función discontinua, con un máximo en el mes de Julio y dos mínimos en los meses de Febrero y de Septiembre.



9. EL MINOTAURO

Meta

11									7
	31			29					43
		29			37				
17		13			31				2
19	7	3	5			13		19	
			23		11			17	
		37		19	17	13			7
	29					7	11	5	
43				13					2
					2	5	23	7	3

Inicio

10. EL NACIMIENTO DE ARTEMISA Y APOLO

10.1. 9.360 litros en un día. 65.520 litros en una semana.

10.2. 12 vasos.